Fünftes Kapitel

Folgen von Konsonanzen

§. 1. Auf welche Weise mehrere Töne angeordnet sein müssen, damit sie bei gleichzeitigem Erklingen den Hörsinn mit angenehmer Harmonie erfüllen, haben wir im vorigen Kapitel zur Genüge erklärt. Daher verlangt die Ordnung, dass wir in diesem Kapitel untersuchen, wie zwei Töne oder zwei Konsonanzen beschaffen sein müssen, damit sie, wenn sie einander folgen und hintereinander erklingen, annehmlich in der Wahrnehmung sind. Denn für die Annehmlichkeit der Folge reicht es nicht aus, dass beide Konsonanzen für sich genommen angenehm sind; sondern sie müssen außerdem eine gegenseitige Beschaffenheit haben, sodass auch die Abfolge selbst die Ohren ergötzt und dem Hörsinn gefällt.

§. 2. Nach den in Kapitel II erklärten allgemeinen Regeln aber, nach denen jede Annehmlichkeit bewirkt wird, steht fest, dass die Folge zweier Konsonanzen gefällt wenn die Ordnung wahrgenommen wird die ihrer beider einfachen Teile – d.h. die Einzeltöne – zueinander haben. Um daher zu erkennen, wie einfach eine Folge zweier Konsonanzen vom Geist verstanden wird, muss man die Einzeltöne beider Konsonanzen durch die entsprechenden Zahlen ausdrücken und das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen suchen. Wenn man dieses in der Tabelle der Grade der Annehmlichkeit sucht, wird klar wie viel an geistigem Aufwand erforderlich ist um die vorliegende Folge wahrzunehmen.

§. 3. Daher müssen beide Konsonanzen der Folge so betrachtet werden als ob sie zugleich erklingen, und die Darstellungszahl dieser zusammengesetzten Konsonanz wird zeigen wie annehmlich und einfach in der Wahrnehmung die Folge der Konsonanzen ist.
Die Darstellungszahl dieser zusammengesetzten Konsonanz ist nämlich das kleinste gemeinsame Vielfache aller Töne, die in beiden Konsonanzen enthalten sind.
Aus diesem kleinsten gemeinsamen Vielfachen aber ist über die Annehmlichkeit der Folge der Konsonanzen zu urteilen. Daher wird diese Zahl für uns der *numerus exponens* (die Darstellungszahl) der Folge sein, sodass die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen das kleinste gemeinsame Vielfache aller in beiden Konsonanzen enthaltenen Töne ist.

§. 4. Nach diesem Prinzip versteht man, dass die Töne, die beim gleichzeitigen Erklingen gefallen, auch gefallen müssen wenn sie nacheinander hervorgebracht werden. Beim Grad der Annehmlichkeit selbst macht es einen Unterschied aus, ob mit ihm zwei Konsonanzen entweder zugleich oder

hintereinander wahrgenommen werden. Denn zwei Konsonanzen, die einander folgend dem Gehör ziemlich angenehm sind, werden die Ohren zuweilen schärfer treffen, wenn sie zugleich hervorgebracht werden.
So werden zwei Töne, die das Verhältnis **8:9** besitzen, zugleich angeschlagen weniger angenehm wahrgenommen; dieselben hört man, wenn sie hintereinander erklingen, mit viel größerem Genuss.

§. 5. Denn wie die einfachste Konsonanz aus drei Tönen komplexer ist als die einfachste aus zwei Tönen, so wird eine Konsonanz umso komplexer sein aus je mehr Tönen sie besteht, auch wenn sie in ihrer Art die einfachste ist.
Das steht aber nicht im Gegensatz dazu, dass nicht nur dieselbe, sondern sogar größere Annehmlichkeit von Konsonanzen mit mehr Tönen wahrgenommen wird als von einem Einzelton oder von Konsonanzen, die nur aus zwei Tönen bestehen. Denn in mehreren Tönen kann mehr enthalten sein, was Ordnung beinhaltet und bei der Wahrnehmung die Annehmlichkeit vergrößert. Dennoch soll man die Töne der Konsonanzen aber nicht so sehr vermehren, dass die verschiedenen und vielfältigen Wahrnehmungen, die zur gleichen Zeit ans Ohr dringen, die Sinne mehr verwirren als erfreuen.

§. 6. Aber bei Folgen zweier Konsonanzen verlangt es auch die Natur selbst, dass die Darstellungszahlen komplexer sind als die einzelner Konsonanzen. Und deswegen steht es der Annehmlichkeit nicht entgegen, Konsonanzen in Folge anzubringen, die einzeln erklingend weniger gefallen würden.
So vermindert nämlich eine komplexe Darstellungszahl in vielstimmigen Konsonanzen die Annehmlichkeit nicht, was aber eintreten würde wenn die Konsonanz aus weniger Tönen bestünde: so können Darstellungszahlen von Folgen komplexer sein als Darstellungszahlen von (einzelnen) Konsonanzen, ohne irgendeinen Schaden für die Annehmlichkeit.

§. 7. Unterdessen kann man aber nicht leugnen, dass, je einfacher die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen ist, umso leichter auch die Folge selbst und ihre innere Ordnung wahrgenommen werden kann. Die Regeln nämlich, die wir oben über die Einfachheit der Wahrnehmung erklärt haben, sind ganz klar offensichtlich und keiner billigen Ausnahme preisgegeben.
Aber wenn wir zu einfache Folgen verwenden wollten, würde die Vielfalt, derer sich die Musik am meisten freut, vollständig weggenommen. Dann würden nämlich die Konsonanzen um vieles einfacher sein müssen, und alle einander ähnlich.
Daraus versteht man, dass man auch komplexere Darstellungszahlen von Folgen verwenden kann, und auch solche, die alle Harmonie stören würden wenn sie einzelne Konsonanzen beschrieben.

§. 8. Damit zwei nacheinander erklingende Konsonanzen mit Annehmlichkeit wahrgenommen werden, ist es notwendig, dass zuerst beide Konsonanzen für sich gefallen und darauf auch die Folge selbst dem Gehör angenehm ist.
Ersteres zeigen die Darstellungszahlen der Konsonanzen, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde.
Letzteres aber kann aus der Darstellungszahl der Folge verstanden werden.
Eine Beurteilung aber soll so vorgenommen werden, dass der Folge mehr Grade der Annehmlichkeit zugemessen werden als als den Konsonanzen selbst, weil ja die Darstellungszahl der Folge komplexer sein kann als die der einzelnen Konsonanzen.

§. 9. Um die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen zu definieren, reicht es nicht aus beide Konsonanzen für sich betrachtet zu haben, sondern es ist notwendig, dass auch das Verhältnis der Töne besehen wird, die in diesen Konsonanzen durch dieselben Zahlen ausgedrückt werden. Dieselbe Konsonanz kann nämlich auf unendlich viele Arten dargestellt werden sofern die sie bildenden Töne höher oder tiefer angenommen werden, solange sie nur zueinander das vorgeschriebene Verhältnis besitzen.
Aber in der Folge zweier Konsonanzen muss außer den Konsonanzen selbst der Grad des Tonverlaufs beachtet werden, in dem beide ausgedrückt werden. Das wird am günstigsten durch Vergleich der Basen geschehen, die zu beiden Konsonanzen gehören; wenn diese nämlich zu verschiedenen Tönen gehören, wird die Darstellungszahl der Folge nicht das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der Konsonanzen sein, sondern das Verhältnis der Basen muss ebenfalls in die Rechnung einbezogen werden.

§. 10. Wenn also ein gegebener Ton als Basis genommen wird, werden nicht nur die Töne **1** und **2** ein Diapason bilden, sondern es werden auch **2** und **4**, oder **3** und **6**, oder allgemein **a** und **2a** dieselbe Konsonanz darstellen deren Darstellungszahl **2** ist.
Die Natur dieser Konsonanz freilich wird, wenn sie betrachtet wird, aus der Darstellungszahl **2** richtig erkannt und der Multiplikator **a** wird vernachlässigt: wenn sie aber mit anderen Konsonanzen verbunden werden soll, ist die Bedeutung dieser Zahl **a** zu beachten.
Denn wenn dieser die Konsonanz der Töne **2b** und **3b** folge, die eine Diapente ist und die Darstellungszahl **6** hat, kann nur aus den Darstellungszahlen **2** und **6** allein die Darstellungszahl der Folge nicht abgeleitet werden, sondern man muss außerdem das Verhältnis der Zahlen **a** und **b** kennen, da die Darstellungszahl das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a**, **2a**, **2b** und **3b** ist.

§. 11. Wie nämlich die Darstellungszahl jedes beliebigen Einzeltons **1** ist, aber beim Vergleichen mehrerer derartiger Töne die Zahlen betrachtet werden müssen die ihr Verhältnis ausdrücken, so ist beim Vergleich mehrerer Konsonanzen außer ihren Darstellungszahlen auch ihre Beziehung zu untersuchen. Weil die Basis einer für sich betrachteten Konsonanz durch die Eins ausgedrückt wird, ist daher beim Vergleich mehrerer Konsonanzen als Basis einer jeden diejenige Zahl zuzuordnen, die ihrem Ton im Verhältnis aller Töne entspricht.
Daraus erkennt man, dass beim Vergleich zweier Konsonanzen jede durch eine doppelte Zahl ausgedrückt werden muss, erstens nämlich durch ihre Darstellungszahl, und dann durch einen „Index“, mit dem die Basis in Hinblick auf die anderen Basen dargestellt wird.

§. 12. Den Index einer Konsonanz wollen wir der Darstellungszahl immer anfügen, aber in Klammern damit er von der Darstellungszahl unterschieden werden kann: so **6(2)**, wo **6** die Darstellungszahl der Konsonanz ist die daher aus den Tönen mit dem Verhältnis **1**:**2**:**3**:**6** besteht; der Index **2** aber ist auf eine andere, z.B. die folgende Konsonanz zu beziehen und zeigt die Basis ersterer Konsonanz, die für sich betrachtet **1** ist, in dieser Relation **2** sein muss.
Daher müssen die Töne dieser Konsonanz nach dem Verhältnis, das sie zur folgenden haben, mit **2**:**4**:**6**:**12** dargestellt werden.

§. 13. Wie dieselbe Konsonanz durch unendlich viele Zahlen ausgedrückt werden kann, solange diese dasselbe Verhältnis zueinander haben, und die Darstellungszahl der Konsonanzen **2:3**, **4:6**, **6:9** etc. dieselbe ist obwohl die Töne selbst unterschiedlich sind, so bestimmt der Index einer Konsonanz, durch welche der unendlich vielen Zahlen die vorliegende Konsonanz auszudrücken ist; das ist auch erforderlich, um den Vergleich mehrerer Konsonanzen zu unternehmen. Offenbar muss man die einzelnen Zahlen, die sich aus dem *exponens* ergeben, mit dem *index* multiplizieren; denn auf diese Weise wird die Basis der Konsonanz gleich dem Index, und alle Töne behalten dasselbe Verhältnis zueinander.

§. 14. Daraus wird auch klar, auf welche Weise sowohl die Darstellungszahl als auch der Index von Konsonanzen aus den Tönen gefunden werden kann, die durch gegebene konstante Zahlen ausgedrückt sind. Die Darstellungszahl wird nämlich gefunden, indem alle Zahlen durch den größten gemeinsamen Teiler dividiert werden und von diesen dann das kleinste gemeinsame Vielfache gesucht wird. Der Index aber wird jener größte gemeinsame Teiler sein, durch den die vorliegenden Zahlen dividiert werden können. So wird von der Konsonanz **3**:**6**:**9**:**15** der Index **3** und die Darstellungszahl **30** sein, d.h. das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **1**:**2**:**3**:**5**. Diese Konsonanz also drücken wir so aus: **30(3)**.

§. 15. Sei **A** die Darstellungszahl einer einzelnen Konsonanz und sei **a ihr** Index; die Teiler von **A** selbst aber **1**, **α**, **β**, **γ**, **δ**, etc.; die Töne dieser Konsonanz werden folgendes Verhältnis haben: **1**:**α**:**β**:**γ**:**δ**:etc., von denen das kleinste gemeinsame Vielfache **A** ist.
Aber wenn der Index **a** angehängt ist, müssen die Töne der Konsonanz **A(a)** durch folgende Zahlen ausgedrückt werden: **a**:**αa**:**βa**:**γa**:**δa**:etc., deren kleinstes gemeinsame Vielfache **Aa** sein wird, wegen des größten gemeinsamen Teilers **a**. Beim Beurteilen der Annehmlichkeit dieser Konsonanz aber wird die Zahl **a** nicht beachtet und die Annehmlichkeit wird nur aus der Darstellungszahl **A** berechnet.

§. 16. Es folge aber der Konsonanz **A(a)** diese: **B(b)**, von deren Darstellungszahl **B** die Teiler **1**:**η**:**θ**:**ι**:**κ**:etc. seien, die Zahlen aber welche die Töne ausdrücken **b**:**ηb**:**θb**:**ιb**:**κb**:etc.
Weil man daher die Annehmlichkeit der Folge auf die Annehmlichkeit der aus den beiden zusammengesetzten Konsonanz zurückführt, wird die Darstellungszahl der Folge das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a**:**αa**:**βa**:**γa**:**δa**:**b**:**ηb**:**θb**:**ιb**:**κb**: sein; denn diese Töne würde man erhalten, wenn beide Konsonanzen zugleich erklängen.
Weil aber **Aa** das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a**:**αa**:**βa**:**γa**:**δa** ist, das der übrigen **b**:**ηb**:**θb**:**ιb**:**κb** aber **Bb**, wird die Darstellungszahl der Folge das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein.

§. 17. Weil aber die Annehmlichkeit einer Konsonanz aus dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der die Töne ausdrückenden Zahlen falsch beurteilt wird, wenn jene Zahlen nicht kleinstmöglich sind sondern einen gemeinsamen Teiler haben, so ist das auch in der Folge zweier Konsonanzen zu berücksichtigen.
Wenn daher die Zahlen **a**:**αa**:**βa**:**γa**:**δa**:**b**:**ηb**:**θb**:**ιb**:**κb** einen gemeinsamen Teiler haben, müssen die einzelnen zuvor durch diesen dividiert und die Ergebnisse an ihre Stelle gesetzt werden.
Das kann aber nur auftreten, wenn die Indizes **a** und **b** gemeinsame Teiler besitzen. Sooft daher die Indizes zweier Konsonanzen einen gemeinsamen Teiler haben, müssen die Indizes vorher durch diesen dividiert werden, bevor die Darstellungszahl der Folge gesucht wird.

§. 18. Seien daher die Indizes der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)**, **a** und **b**, relativ prime Zahlen; die Darstellungszahl der Folge dieser Konsonanzen wird das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahle **Aa** und **Bb** sein.
Um das zu finden ist es notwendig, dass zuerst der größte gemeinsame Teiler gesucht wird, der **D** sei. Wenn man diesen kennt, muss eine der beiden Zahlen durch **D** dividiert und mit der anderen multipliziert werden;

das Ergebnis **Abab:D** wird das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein und zugleich Darstellungszahl der Folge der vorgelegten Konsonanzen, aus der die Annehmlichkeit der Folge erkannt werden wird.

§. 19. Weil man **a** und **b** als relativ prime Zahlen annimmt, werden die Zahlen **Aa** und **Bb** selbst einen gemeinsamen Teiler haben, wenn entweder **A** und **B** oder **A** und **b** oder **B** und **a** gemeinsame Teiler haben.
Und je mehr solche Teiler gefunden werden, umso größer wird der größte gemeinsame Teiler der Zahlen **Aa** und **Bb** sein. Aber je größer dieser gebildete größte gemeinsame Teiler sein wird, umso kleiner wird das kleinste gemeinsame Vielfache sein und deswegen umso annehmlicher die Folge der Konsonanzen.
Denn weil **ABab:D** die Darstellungszahl der Folge ist, wird der Quotient **ABab:D** umso einfacher sein, je größer der größte gemeinsame Teiler **D** ist, und zu einem einfacheren Grad der Annehmlichkeit führen.

§. 20. Sei **A** eine Zahl, die zum Grad **p** führt, **B** zum Grad **q, a** zum Grad **r** und **b** zum Grad **s**, der größte gemeinsame Teiler **D** aber zum Grad **t**. Wenn man diese so annimmt, wird die Zahl **ABab:D** zum Grad **p + q + r + s – t – 2** zurückgeführt, wie man aus dem oben Erklärten ableiten kann.
Wenn also die Zahlen **A**, **B, a**, **b** und **D** gegeben sind, wird der Grad der Annehmlichkeit bekannt werden, zu dem die Folge der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)** führt, nämlich der Grad **p + q + r + s – t – 2**. Je kleiner diese Zahl ist, desto annehmlicher wird die Folge sein müssen.

§. 21. Es folge zum Beispiel der Konsonanz **120(2)**, bestehend aus den Tönen **2**:**4**:**6**:**8**:**10**:**12**:**16** die Konsonanz **60(3)**, bestehend aus den Tönen **3**:**6**:**9**:**12**:**15**, von denen die erste vom zehnten Grad ist, die zweite vom neunten.
Die Folge muss daher aus dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen **240** und **180** beurteilt werden, deren größter gemeinsamer Teiler **60** ist und zum neunten Grad führt.
Weil also **A = 120**, **a = 2**, **B = 60**, **b = 3** und **D = 60**,
wird **p = 10**, **q = 9**, **r = 2**, **s = 3**, und **t = 9**,
und daher **p + q + r + s – t – 2 = 13**. Daher ist die Darstellungszahl der Folge vom Grad **13**, von dem auch die Annehmlichkeit der Folge ist.

§. 22. Wenn die Darstellungszahlen beider Konsonanzen gegeben seien, werden die Indizes so bestimmt werden können, dass sich eine möglichst annehmliche Folge ergibt.
Sei **M** das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen **A** und **B**:
es ist deutlich, dass die Darstellungszahl der Folge, **ABab:D**, entweder gleich **M**

selbst ist oder größer als dieses, kleiner nämlich kann sie nicht sein.
Am annehmlichsten also wird die Folge sein, wenn **ABab:D** gleich **M** selbst ist, einen geringeren Grad der Annehmlichkeit aber wird die Folge haben, wenn **ABab:D** gleich ist entweder **2M** oder **3M** oder **4M** etc.
Wenn man daher
ABab = nDM setzt, werden die Indizes **a** und **b** eine umso annehmlichere Folge bewirken je kleiner die Zahl **n** ist.

§. 23. Wir werden eine Folge „von erster Ordnung“ nennen, wenn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** gleich **M** selbst ist, d.h. gleich dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen **A** und **B**.
Wir werden aber eine Folge, deren Darstellungszahl **2M** ist, „von zweiter Ordnung“ nennen.
Weiter wird für uns eine Folge, deren Darstellungszahl **3M** oder **4M** ist, „von dritter Ordnung“ sein, weil ja die Zahlen **3** und **4** zum dritten Grad der Annehmlichkeit führen.
Und allgemein wird eine Folge, deren Darstellungszahl **nM** ist, von derselben Ordnung sein wie der Grad der Annehmlichkeit der Zahl **n**.
Hier aber muss man darauf achten, dass die Ordnungen der Folgen nicht mit den Graden der Annehmlichkeit vermischt werden, denn wir nennen eine Folge „von erster Ordnung“, soweit sie bei gleichbleibenden Darstellungszahlen der Konsonanzen nicht einfacher dargestellt werden kann, auch wenn die Folge selbst zu einem viel höheren Grad der Annehmlichkeit führt.

§. 24. Klar ist daher, dass eine Folge von Konsonanzen **A** und **B** von erster Ordnung sein wird, wenn **a** und **b** jeweils die Eins sind, denn das kleinste gemeinsame Vielfache von **A·1** und **B·1** ist **M**.
Es kann dennoch geschehen, dass die Folge der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)** von erster Ordnung ist, obwohl **a** nicht **=** **b** ist.
Das tritt ein, wenn **b** in **Bb** entweder die gleiche oder eine kleinere Anzahl an Vielfachheiten hat als in **A**; und gleichzeitig **a** in **Aa** die gleiche oder eine kleinere Anzahl an Vielfachheiten als in **B**.
Denn wenn das so ist, wird **M** auch das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein.

§. 25. Sei **d** der größte gemeinsame Teiler der Darstellungszahlen **A** und **B**, und **A = dE** und **B = dF**, dann werden **E** und **F** relativ prim sein.
Sei außerdem **e** Teiler von **E** und **f** Teiler von **F**, dann wird die Folge der Konsonanzen **dE(f)** und **dF(e)** von erster Ordnung sein.
Denn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **dEf** und **dFe** ist **dEF**, dasselbe

wie das der Zahlen **A** und **B** (d.h. **dE** und **dF**) selbst.
Wenn so **A = 15**, und **B = 18**, ist **d = 3**, **E = 5** und **F = 6**.
Daher wird **e** entweder **1** oder **5** sein können; und **f** entweder **1** , **2** , **3** oder **6**.
Die Folge wird also von erster Ordnung sein, wenn **A(a)** entweder **15(1)**, **15(2)**, **15(3)** oder **15(6)** ist, die folgende Konsonanz **B(b)** aber entweder **18(1)** oder **18(5)**.

§. 26. Daraus wird weiter leicht offensichtlich, welche Indizes genommen werden müssen damit die Darstellungszahl einer Folge **2M** wird, d.h. **2dEF**, in welchem Fall die Folge von zweiter Ordnung ist.
Und auf ähnliche Weise wird durch Bestimmen der Indizes erreicht werden können, dass die Darstellungszahl der Folge **ndEF** wird, d.h. die Folge selbst von der gegebenen Ordnung, was auf mehrere Arten geschehen können wird die aufzuzählen schwierig und überflüssig wäre.
Wenn die Darstellungszahlen der Konsonanzen **15** und **18** sind, ist die Folge von zweiter Ordnung, wenn die erste Konsonanz entweder **15(1)** oder **15(3)** und die zweite entweder **18(2)** oder **18(10)** ist, ebenso wenn die erste entweder **15(4)** oder **15(12)** ist und die zweite entweder **18(1)** oder **18(5)**.

§. 27. Wenn die Darstellungszahlen der Konsonanzen gleich sind, d.h. **A = B**, wird die einzige Folge von erster Ordnung erhalten werden, wenn **a = b = 1** ist, sie wird daher **A(1)** und **A(1)** sein.
Von zweiter Ordnung aber werden zwei Folgen sein, **A(1):A(2)** und **A(2):A(1)**, deren Darstellungszahl **2A** ist.
Von dritter Ordnung werden vier Folgen sei, nämlich **A(1):A(3)** und **A(1):A(4)** und ihre Umkehrungen.
Von vierter Ordnung werden sechs Folgen sein, nämlich: **A(1):A(6)**, **A(2):A(3)**, **A(1):A(8)** und ihre drei Umkehrungen.
Und eine beliebige solche Folge wird von dieser Ordnung sein, von welchem Grad der Annehmlichkeit das Produkt der Indizes ist.

§. 28. Wenn die Darstellungszahl der einen Konsonanz das Doppelte der anderen ist, d.h. **B = 2A**, werden von erster Ordnung diese zwei Folgen sein: **A(1):2A(1)** und **2A(1):A(2)**, denn deren Darstellungszahl ist **2A**, dieselbe wie der Darstellungszahlen **A** und **2A** selbst.
Die Darstellungszahl einer Folge von zweiter Ordnung ist **4A**, daher werden solche Folgen **A(1):2A(2)**, **A(4):2A(1)** und ihre Umkehrungen sein.
Auf ähnliche Weise werden die Folgen von jeder Ordnung gefunden, wenn **B = 3A** und allgemein, wenn **B = nA**; aus diesen werden einfachere Folgen, die nützlich sein können, leicht gefunden werden können.

§. 29. Wenn also die Darstellungszahlen der Konsonanzen untereinander gleich sind, werden Folgen von erster, zweiter, dritter bis sechster Ordnung die folgenden sein, wobei römische Zahlen die Ordnungen der Folgen bezeichnen und **A**, **A** die Darstellungszahlen der beiden Konsonanzen:

- **I.** **A(1):A(1)**.
- **II.** **A(2):A(1)**.
- **III.** **A(3):A(1)**, **A(4):A(1)**.
- **IV.** **A(6):A(1)**, **A(3):A(2)**, **A(8):A(1)**.
- **V.** **A(5):A(1)**, **A(9):A(1)**, **A(12):A(1)**, **A(4):A(3)**, **A(16):A(1)**.
- **VI.** **A(10):A(1)**, **A(5):A(2)**, **A(18):A(1)**, **A(9):A(2)**, **A(24):A(1)**, **A(8):A(3)**, **A(32):A(1)**.

Wenn aber die Darstellungszahlen der Konsonanzen **2A** und **A** sind, erhält man diese Folgen von erster und folgenden Ordnungen:

- **I.** **2A(1):A(1)**, **2A(1):A(2)**.
- **II.** **2A(1):A(4)**, **2A(2):A(1)**.
- **III.** **2A(1):A(6)**, **2A(1):A(3)**, **2A(3):A(1)**, **2A(3):A(2)**, **2A(1):A(8)**, **2A(4):A(1)**.
- **IV.** **2A(1):A(12)**, **2A(2):A(3)**, **2A(3):A(4)**, **2A(1):A(16)**, **2A(8):A(1)**.
- **V.** **2A(1):A(10)**, **2A(1):A(5)**, **2A(5):A(1)**, **2A(5):A(2)**, **2A(1):A(18)**, **2A(1)A(9)**, **2A(9):A(1)**, **2A(9):A(2)**, **2A(1):A(24)**, **2A(3):A(8)**, **2A(4):A(3)**, **2A(1):A(32)**, **2A(16):A(1)**.

Wenn die Darstellungszahlen der einander folgenden Konsonanzen **A** und **3A** sind, werden die Folgen nach ihren Ordnungen folgende sein:

- **I.** **3A(1):A(1)**, **3A(1):A(3)**.
- **II.** **3A(1):A(6)**, **3A(1):A(2)**, **3A(2):A(1)**, **3A(2):A(3)**.
- **III.** **3A(1):A(9)**, **3A(3):A(1)**, **3A(1):A(12)**, **3A(1):A(4)**, **3A(4):A(1)**, **3A(4):A(3)**.
- **IV.** **3A(1):A(18)**, **3A(3):A(2)**, **3A(2):A(9)**, **3A(1):A(24)**, **3A(1):A(8)**, **3A(8):A(1)**, **3A(8):A(3)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **4A** sind, werden die Folgen sein:

- **I.** **4A(1):A(1)**, **4A(1):A(2)**, **4A(1):A(4)**.
- **II.** **4A(1):A(8)**, **4A(2):A(1)**.
- **III.** **4A(1):A(12)**, **4A(1):A(6)**, **4A(1):A(3)**, **4A(3):A(1)**, **4A(3):A(2)**, **4A(3):A(4)**, **4A(1):A(16)**, **4A(4):A(1)**.
- **IV.** **4A(1):A(24)**, **4A(2):A(3)**, **4A(3):A(8)**, **4A(6):A(1)**, **4A(1):A(32)**, **4A(8);A(1)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **6A** sind, werden die Folgen sein:

I. **6A(1):A(1)**, **6A(1):A(2)**, **6A(1):A(3)**, **6A(1):A(6)**.

II. **6A(1):A(12)**, **6A(1):A(4)**, **6A(2): A(1)**, **6A(2):A(3)**.

III. **6A(1):A(18)**, **6A(1):A(9)**, **6A(3):A(1)**, **6A(3):A(2)**, **6A(1):A(24)**, **6A(1):A(8)**; **6A(4):A(1)**, **6A(4):A(3)**.

Wenn die Darstellungszahlen **2A** und **3A** sind, werden die Folgen sein:

I. **3A(1):2A(1)**, **3A(2):2A(1)**, **3A(1):2A(3)**, **3A(2):2A(3)**.

II. **3A(1):2A(2)**, **3A(1):2A(6)**, **3A(4):2A(1)**, **3A(4):2A(3)**.

III. **3A(1):2A(9)**, **3A(3):2A(1)**, **3A(6):2A(1)**, **3A(2):2A(9)**, **3A(1):2A(12)**, **3A(1):2A(4)**, **3A(8):2A(1)**, **3A(8):2A(3)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **8A** sind, werden die Folgen sein:

I. **8A(1):A(1)**, **8A(1):A(2)**, **8A(1):A(4)**, **8A(1):A(8)**.

II. **8A(1):A(16)**, **8A(2):A(1)**.

III. **8A(1):A(24)**, **8A(1):A(12)**, **8A(1):A(6)**, **8A(1):A(3)**, **8A(3):A(1)**, **8A(3):A(2)**, **8A(3):A(4)**, **8A(3):A(8)**, **8A(1):A(32)**, **8A(4):A(1)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **5A** sind, werden die Folgen sein:

I. **5A(1):A(1)**, **5A(1):A(5)**.

II. **5A(1):A(10)**, **5A(1):A(2)**, **5A(2).A(1)**, **5A(2):A(5)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **9A** sind, werden die Folgen sein:

I. **9A(1):A(1)**, **9A(1)A(3)**, **9A(1):A(9)**.

II. **9A(1):A(18)**, **9A(1):A(6)**, **9A(1):A(2)**, **9A(2):A(1)**, **9A(2):A(3)**, **9A(2):A(9)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **12A** sind, werden die Folgen sein:

I. **12A(1):A(1)**, **12A(1):A(2)**, **12A(1):A(3)**, **12A(1):A(4)**, **12A(1):A(6)**, **12A(1):A(12)**.

II. **12A(1):A(24)**, **12A(1):A(8)**, **12A(2):A(1)**, **12A(2):A(3)**.

Wenn die Darstellungszahlen **3A** und **4A** sind, werden die Folgen sein:

I. **4A(1):3A(1)**, **4A(1):3A(2)**, **4A(1):3A(4)**, **4A(3):3A(1)**, **4A(3):3A(2)**, **4A(3):3A(4)**.

II. **4A(1):3A(8)**, **4A(2):3A(1)**, **4A(3):3A(8)**, **4A(6):3A(1)**.

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **16A** sind, werden die Folgen sein:

I. **16A(1):A(1)**, **16A(1):A(2)**, **16A(1):A(4)**, **16A(1):A(8)**, **16A(1):A(16)**.

II. **16A(1):A(32)**, **16A(2):A(1)**.

§. 30. Daraus erkennt man genügend, wie bei gegebener Folge zweier Konsonanzen sowohl die Darstellungszahl der Folge als auch ihre Ordnung bestimmt werden kann; wenn diese Dinge bekannt sind wird es einfach sein zu beurteilen, mit welchem Grad der Annehmlichkeit eine vorliegende Folge von Konsonanzen vom Gehör aufgenommen werden wird.
Außerdem wird man bei jeder beliebigen vorliegenden Konsonanz eine andere einer gleichfalls gegebenen Art bestimmen können, die in einer Reihe mit ersterer eine Folge einer von gegebenen Ordnung, entweder von erster oder von zweiter oder von dritter usw. ergibt; und das wird meistens auf mehrere Arten gewährleistet werden können, wie sowohl aus den erklärten Regeln als auch aus der eingefügten Tabelle ausführlich klar wird.

§. 31. Aus dem Gesagten versteht man auch, dass Folgen zweier Konsonanzen meistens auf sehr viele Arten erzeugt werden können, bei denen die Darstellungszahl der Folge dieselbe ist.
Damit das deutlicher verstanden wird, sei die Darstellungszahl der Folge gegeben, die **E** sei; von dieser werden zwei Teiler angenommen, **M** und **N**, deren kleinstes gemeinsame Vielfache **E** ist. Diese Teiler sollen sodann in zwei Faktoren zerlegt werden, so dass **M = Aa** und **N = Bb**, von denen **a** und **b** teilerfremd seien.
Wenn man diese gefunden hat, soll diese Folge von Konsonanzen **A(a):B(b)** gebildet werden, und die Darstellungszahl dieser Folge wird **E** sein.