

Reihen von Konsonanzen

§. 1. Wie sowohl Konsonanzen als auch Folgen zweier Konsonanzen beschaffen sein müssen damit sie den Ohren angenehme Harmonie bieten können, ist in den beiden vorigen Kapiteln reichlich erklärt worden.

Diese beiden Dinge reichen aber nicht aus, um ein musikalisches Werk im Ganzen annehmlich zu erzeugen. Denn damit mehrere Konsonanzen und Folgen von Konsonanzen mit Vergnügen wahrgenommen werden ist es außerdem erforderlich, dass auch die Ordnung die in allen einander folgenden Konsonanzen enthalten ist vom Geist erfasst wird, und dass daraus das angestrebte Ziel, nämlich die Annehmlichkeit, entsteht.

§. 2. Wie nämlich einzelne für sich sehr annehimliche Konsonanzen ohne vernünftige Beziehung verbunden keine Harmonie bewirken, so verhält es sich auch bei der Beziehung mehrerer Folgen, sodass, auch wenn jede von ihnen gemäß den vorgeschriebenen Regeln erstellt wurde, für die Ohren dennoch ein unangenehmes Getöse hervorgerufen wird wenn nicht besondere Vorschriften befolgt werden. Deshalb wollen wir in diesem Kapitel darlegen, welche Regeln bei der Verbindung mehrerer Konsonanzen beachtet werden müssen.

§. 3. Der Teil der Musik, der lehrt mehrere Konsonanzen so miteinander zu verbinden dass sie einen annehmlichen Zusammenklang ergeben, wird für gewöhnlich „einfache Komposition“ genannt; unter dem Namen Komposition wird nämlich gewöhnlich die Herstellung jedes musikalischen Werkes verstanden. Um also eine einfache Komposition zu vollenden, die das Fundament aller übrigen Kompositionen ist, muss man vor allem wissen, woraus die Annehmlichkeit mehrerer folgender Konsonanzen, d.h. eines vollen Zusammenklangs, besteht. Hierauf sind aus diesem Prinzip Regeln abzuleiten, die man in einer einfachen Komposition beachten muss.

§. 4. Das Fundament der Annehmlichkeit aber, die in der Reihe mehrerer Konsonanzen enthalten sein kann, ist im Ganzen ähnlich denjenigen Fundamenten, von denen gezeigt wurde, dass auf ihnen die Annehmlichkeit von Konsonanzen und auch von Folgen zweier von ihnen beruhen. Um die Harmonie mehrerer einander folgender Konsonanzen wahrzunehmen ist es deshalb erforderlich, dass die Ordnung erfasst wird die in den einzelnen Teilen enthalten ist, d.h. in den Tönen und den Konsonanzen, sowohl in den einzelnen als auch in allen zusammen.

5. Wie also sowohl bei jeder Konsonanz als auch bei einer Folge von zwei Konsonanzen die Harmonie, d.h. die Annehmlichkeit wahrgenommen wird, wenn die Darstellungszahl der einzelnen Töne erkannt wird und die aller Töne, die sowohl in der einen als auch der anderen Konsonanz enthalten sind, so durchblickt man leicht, dass die Harmonie mehrerer einander folgender Konsonanzen verstanden wird, wenn man die Darstellungszahl aller Töne begreift die diese Reihe von Konsonanzen bilden.

Daraus versteht man, dass es für die Wahrnehmung der Annehmlichkeit mehrerer einander folgender Konsonanzen erforderlich ist, dass die Darstellungszahl aller Töne und der aus ihnen gebildeten Konsonanzen erkannt wird.

§. 6. Die Darstellungszahl aber aller Töne, aus denen alle einander folgenden Konsonanzen bestehen, ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen, die sie repräsentieren.

Wenn deswegen eine Reihe von Konsonanzen vorliegt, wird aus der Zahl, die das kleinste gemeinsame Vielfache aller in ihnen vorkommenden Töne ist, mit Hilfe der bereitgestellten Tabelle und der erklärten Regeln bestimmt werden können, mit welchem Grad der Einfachheit die gesamte Reihe der Konsonanzen erfasst werden kann. Und aus dem Grad der Annehmlichkeit, den entweder die Tabelle oder die Regeln zeigen, wird erkannt werden können, wie annehmlich und dem Gehör fasslich jede beliebige vorgelegte Reihe von Konsonanzen sein wird.

§. 7. Weil daher die Darstellungszahl einer Reihe von Konsonanzen, aus der ein Urteil über die Harmonie gezogen werden muss, das kleinste gemeinsame Vielfache aller Zahlen ist, welche die einzelnen vorkommenden Töne repräsentieren, ist es offensichtlich, dass diese Zahl durch die Darstellungszahlen sowohl der einfachen Konsonanzen als auch aller Folgen zweier Konsonanzen teilbar sein wird.

Wenn man daher die Darstellungszahl der gesamten Reihe von Konsonanzen kennt, ist es notwendig, dass sowohl die einzelnen Konsonanzen als auch die Folgen zweier Konsonanzen wahrgenommen werden; und durch diese Überlegung soll in Folge der gesamte Zusammenhang erfasst werden.

§. 8. Aus der Darstellungszahl einer Reihe mehrerer Konsonanzen also versteht man – wenn diese entweder schon vorher bekannt ist oder aus einigen Konsonanzen schließlich erfasst wurde – welche Töne und welche Konsonanzen auftreten müssen.

Daher bestimmt diese Darstellungszahl die Grenzen oder den „Ambitus“ eines Musikstücks, wie er von Musikern gewöhnlich genannt wird, und sie erfasst alle passenden Töne und schließt die unpassenden aus.

Diese Begrenzung wird auch „*modus musicus*“ genannt, so dass der musikalische Modus eine Sammlung bestimmter Töne ist die allein man beim Zusammenstellen eines Musikstücks günstig verwenden kann, und so dass andere außer diesen einzuführen überhaupt nicht erlaubt ist.

§. 9. Weil also der musikalische Modus durch die Darstellungszahlen aller Töne, die den Modus ergeben, bestimmt wird, werden wir diese Darstellungszahl künftig die „Darstellungszahl des Modus“ (*numerus exponens modi*) nennen. Wenn wir uns daher eine vollständige Konsonanz vor Augen stellen, deren eigene Darstellungszahl hier die Darstellungszahl des Modus sei, werden in dieser Konsonanz alle Töne enthalten sein, die in diesem Modus gebraucht werden können. Wenn man also diese Darstellungszahl erkannt hat, kann man sogleich beurteilen, ob in dem vorgelegten musikalischen Werk der Modus eingehalten wurde oder aber ob ein Fehler gegen den Modus begangen wurde; das geschieht, wenn Töne zugezogen werden die in der Darstellungszahl des Modus nicht enthalten sind.

§. 10. Wenn wir aber gesagt haben, dass es ein Fehler sei vom Modus abzuweichen, gilt das nur solange dieser Modus beibehalten wird. Denn es ist überhaupt erlaubt und wird oftmals mit größter Anmut geschehen, dass der Modus verändert und dass von einem Modus in einen anderen übergegangen wird; und das nicht nur in demselben musikalischen Werk, sondern auch in demselben Teil. Und bei dieser Veränderung, d.h. dieser Folge der Modi sind dieselben Vorschriften einzuhalten, die bei der Folge von Konsonanzen erklärt wurden.

§. 11. Wie wir also jeder beliebigen Konsonanz ihre Darstellungszahl zugeteilt haben, und genauso jeder beliebigen Folge zweier Konsonanzen, so wird auch jeder beliebige Abschnitt d.h. jede Periode eines Musikstücks, in der derselbe Modus eingehalten wird, ihre bestimmte Darstellungszahl haben, und ähnlich die Folge zweier derartiger Perioden. Schließlich aber wird die Darstellungszahl des gesamten musikalischen Werks alle vorigen Darstellungszahlen umfassen, d.h. überhaupt alle Töne, die in allen Teilen verwendet wurden.

§. 12. Damit also ein Musikstück gefällt, ist es erforderlich, dass erstens die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen wahrgenommen werden; dann dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Konsonanzen erkannt werden. Drittens, dass man auf die Darstellungszahlen der einzelnen Perioden achtet. Viertens, dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Perioden, also die Veränderungen der Modi, wahrgenommen werden.

Fünftens schließlich, dass die Darstellungszahl aller Perioden, das heißt des ganzen musikalischen Werks, verstanden wird. Wer also das alles durchblickt, der erkennt endlich das musikalische Werk vollkommen und er kann darüber richtig urteilen.

§. 13. Ich bezweifle nicht, dass eine solche Kenntnis eines musikalischen Werks äußerst schwierig, sogar auch die Kräfte des menschlichen Verstands bei weitem überfordernd scheint, wegen der Darstellungszahl des ganzen musikalischen Werks, einer so komplexen Zahl dass sie vom Geist überhaupt nicht erfasst werden kann.

Aber so sehr dieses Erkennen schwierig erscheint, so wird der Verstand auf wunderbare Weise unterstützt, wenn man diese Wahrnehmung stufenweise erlangt.

So wie nämlich die Darstellungszahl einer Folge zweier Konsonanzen nicht schwierig erkannt wird auch wenn sie sehr komplex ist und für sich kaum verstanden werden könnte, wenn man die Darstellungszahlen der (einzelnen) Konsonanzen schon wahrgenommen hat, so erweist sich auch, wenn die einfacheren Darstellungszahlen in der Folge bekannt sind, dadurch selbst das Erfassen von komplexeren als nicht allzu schwierig.

§. 14. Denn wie die Wahrnehmung der Darstellungszahl einer Folge zweier Konsonanzen nicht aus der Darstellungszahl selbst (bzw. dem Grad der Annehmlichkeit den sie hat) beurteilt werden muss sondern aus der Ordnung der Folge, so wird auch die Darstellungszahl eines Modus d.h. einer Periode nach Kenntnis der Darstellungszahlen sowohl der Konsonanzen als auch der Folgen einfacher festgestellt. Und dieses Erfassen der Darstellungszahlen der Modi geleitet gleichsam dazu, die Darstellungszahlen der Folgen von Modi zu erkennen. Wenn man diese schließlich wahrgenommen hat, erweist sich die Kenntnis der Darstellungszahl des ganzen musikalischen Werks als einfach.

§. 15. Damit aber ein Musikstück mit Vergnügen gehört wird, ist es notwendig, dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Konsonanzen nicht viel komplexer sind als die Darstellungszahlen der Konsonanzen selbst.

Weiters dass die Darstellungszahlen der Modi nicht viel größer sind als die Darstellungszahlen der Folgen.

Schließlich dass die Darstellungszahl des gesamten musikalischen Werks jene Darstellungszahlen in der Einfachheit der Wahrnehmung nur wenig überragt. In dieser Wahrnehmung nämlich und in der fortschreitenden Kenntnis von Einfacherem zu Komplexerem befindet sich wahre Annehmlichkeit und das Vergnügen, das das Gehör aus der Musik schöpfen kann; wie im zweiten Kapitel aus den eigenen Prinzipien der Harmonie genügend gezeigt wurde.

§. 16. Daraus also erkennt man zur Genüge, wie ein musikalisches Werk gestaltet sein muss dass es den kundigen Hörern gefällt, gleichzeitig aber versteht man auch, dass musikalische Werke, in denen gegen diese Vorschriften gefehlt wurde wie wir sie untersuchen, deswegen den Hörern missfallen müssen. Wie ferner derartige unvollkommene musikalische Werke von weniger Kundigen gutgeheißen werden können, ist auch leicht erklärlich; denn das geschieht, wenn sie Unvollkommenheiten und gegen die Regeln der Harmonie begangene Fehler nicht bemerken, dazwischen trotzdem manches nicht unpassend Gesetztes erkennen und wahrnehmen.

§. 17. Weil also die Darstellungszahl mehrerer Konsonanzen die Darstellungszahl aller Töne ist die diese Konsonanzen bilden, wird sie das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen sein die die Einzeltöne repräsentieren. Bequemer aber wird sie aus den mit den Indizes verbundenen Darstellungszahlen der Konsonanzen gefunden werden können, auf ähnliche Weise wie wir im vorigen Kapitel gelehrt haben die Darstellungszahl einer Folge zu finden. Dieselben Vorschriften nämlich, die für zwei Konsonanzen beschrieben sind, behalten ihre Gültigkeit auch für drei und mehr. Die Darstellungszahl einer Reihe mehrerer Konsonanzen ist nämlich freilich nichts anderes als das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen.

§. 18. Wir wollen zuerst mehrere einfache hintereinander erzeugte Töne betrachten, deren gegenseitige Beziehung durch die Zahlen **a:b:c:d:e** ausgedrückt sei, und wir wollen die Darstellungszahl dieser Reihe von Tönen suchen. Weil aber ein Einzelton eine Konsonanz ersten Grades ist und seine Darstellungszahl die Eins wird, wenn sie nicht mit anderen verglichen wird, werden die Buchstaben **a, b, c, d, e** die Indizes dieser Einzeltöne bezeichnen, weil sie die Beziehung beinhalten, die diese Töne – gleichsam als Konsonanz betrachtet – untereinander haben. In Art einer Konsonanz müssen diese Töne daher ausgedrückt werden mit
1(a):1(b):1(c);1(d):1(e).

§. 19. Die Darstellungszahl dieser Reihe von einfachen Tönen ist aber dieselbe wie die Darstellungszahl der Konsonanz, die aus diesen Tönen besteht. Die Darstellungszahl der Konsonanz **a:b:c:d:e** ist aber das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a, b, c, d, e**, von dem wir annehmen wollen, dass es **D** sei. Wenn man daher diese aufeinanderfolgenden Töne gleich wie eine Konsonanz betrachtet, wird die Darstellungszahl dieser Reihe von Konsonanzen **1(a):1(b):1(c);1(d):1(e)** auch **D** sein, das ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Indizes **a, b, c, d, e**, weil die Darstellungszahlen selbst alle **1** sind.

Und aus dem Grad der Annehmlichkeit, zu dem die Zahl führt, muss beurteilt werden, wie angenehm für das Gehör diese Reihe von Klängen sein wird.

§. 20. Seien nun **A, B, C, D, E** die Darstellungszahlen von nacheinander angeordneten Konsonanzen und **a, b, c, d, e** deren Indizes, die die Beziehung der Basen dieser Konsonanzen zueinander ausdrücken, so dass diese Reihe von Konsonanzen auf folgende Art zu repräsentieren ist:

$$\mathbf{A(a):B(b):C(c):D(d):E(e)}.$$

In dieser Reihe nehmen wir an, dass die Zahlen **a, b, c, d, e** untereinander prim sind, so dass sie außer der Eins keinen gemeinsamen Teiler haben. Denn wenn sie einen gemeinsamen Teiler hätten, müssten sie durch diesen dividiert werden, bevor die Darstellungszahl der Reihe gesucht würde.

§. 21. Die in der Konsonanz **A(a)** enthaltenen Töne aber sind die Teiler der Darstellungszahl **A** einzeln mit **a** multipliziert. Daher wird ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches **Aa** sein.

Auf ähnliche Art werden die kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Töne, die die Konsonanzen **B(b), C(c), D(d), E(e)** bestimmen, **Bb, Cc, Dd, Ee** sein.

Daher wird das kleinste gemeinsame Vielfache aller Töne, die in den diesen aufeinanderfolgenden Konsonanzen enthalten sind, das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa, Bb, Cc, Dd, Ee** sein. Und dieses kleinste gemeinsame Vielfache wird die gesuchte Darstellungszahl der vorgelegten Reihe von Konsonanzen sein.

§. 22. Seien zum Beispiel folgende Konsonanzen vorliegend:

$$\mathbf{8: 12: 16: 24: 32: 48};$$

$$\mathbf{8: 12: 20: 24: 40: 60};$$

$$\mathbf{9: 12: 18: 27: 36: 54};$$

$$\mathbf{10: 15: 20: 30: 45: 60};$$

$$\mathbf{9: 15: 30: 36: 45: 60};$$

Die Töne jeder dieser (Konsonanzen) müssen durch den größten gemeinsamen Teiler dividiert werden, und von diesen Zahlen muss das kleinste gemeinsame Vielfache gesucht werden; und das wird die Darstellungszahl der Konsonanz sein, der größte gemeinsame Teiler aber der Index.

Wenn man das getan hat sollen diese Konsonanzen so ausgedrückt werden:

$$\mathbf{24(4):30(4):36(3):36(5):60(3)};$$

daraus wird als Darstellungszahl der Reihe = **4320** gefunden werden, diese Zahl führt zum **XVI.** Grad.

§. 23. Man versteht also sowohl aus den überlieferten Regeln als auch durch das beigebrachte Beispiel, auf welche Weise bei Vorliegen jeder beliebigen Reihe von Konsonanzen deren Darstellungszahl gefunden werden muss, aus der auf ihre wechselseitige Harmonie geschlossen werden kann.

Die Darstellungszahl jeder beliebigen Konsonanz muss nämlich mit ihrem Index multipliziert werden, und von allen auf diese Weise gefundenen Produkten muss das kleinste gemeinsame Vielfache untersucht werden; und das wird die Darstellungszahl der vorgelegten Reihe von Konsonanzen sein.

§. 24. Wenn zum Komponieren eines ganzen Musikstücks zwei oder mehrere Reihen von Konsonanzen verbunden werden, deren Darstellungszahlen durch diese dargelegten Regeln schon gefunden wurden, nämlich **M, N, P, Q** usw., muss man zuerst ausfindig machen, ob die Einheit jeder dieser Darstellungszahlen denselben Ton oder verschiedene bezeichnet.

In letzterem Fall nämlich muss man das Verhältnis, das die durch die Einheit bezeichneten Töne der einzelnen Reihen untereinander besitzen, mit möglichst kleinen Zahlen bezeichnen, und diese Zahlen, die ich mit **m, n, p, q** usw. annehmen will, werden die Indizes sein die mit den Darstellungszahlen zu verbinden sind, so dass jene zu verbindenden Reihen auf folgende Art durch Darstellungszahlen und Indizes auszudrücken sind:

M(m):N(n):P(p):Q(q) usw.

§. 25. Weil also eine derart durch eine Darstellungszahl ausgedrückte Reihe von Konsonanzen ein *modus musicus* ist, versteht man, wie man über den Übergang von einem Modus in den anderen, ebenso über die Verbindung mehrerer Modi urteilen muss.

Wenn nämlich aufeinanderfolgend verbundene Modi durch Darstellungszahlen und Indizes ausgedrückt sind als **M(m):N(n):P(p):Q(q)** etc., erhält man die Darstellungszahl – und aus ihr die Natur und die Anlage des ganzen Musikstücks das aus jenen Modi komponiert ist – wenn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Mm, Nn, Pp, Qq** usw. gesucht wird:

Das nämlich wird die Darstellungszahl des ganzen vorgelegten musikalischen Werkes sein.

§. 26. Damit also über ein vorgelegtes Musikstück ein richtiges Urteil gebildet werden kann, sind erstens die einzelnen Konsonanzen zu prüfen und ihre Darstellungszahlen zu erforschen.

Zweitens sollen die Folgen zweier Konsonanzen betrachtet werden.

Drittens wird es passend sein, mehrere Konsonanzen, aus denen ein Modus besteht, zusammen zu betrachten.

Viertens ist die Folge zweier Modi, d.h. der Übergang von einem Modus in einen anderen, zu untersuchen.

Fünftens endlich ist die Vereinigung aller Modi in dem musikalischen Werk zu prüfen.

Auf welche Weise diese einzelnen Schritte mit Hilfe der Darstellungszahlen ausgeführt werden müssen, ist zur Genüge dargestellt worden.

§. 27. Übrig bleibt also, dass wir in diesem Kapitel, soweit möglich, zeigen, auf welche Weise man eine Reihe von Konsonanzen und daraufhin ein ganzes musikalisches Werk fertigen soll, sodass es dem Gehör angenehme Harmonie bietet.

In dieser Aufgabe werden wir uns so bewegen, dass wir aus der gegebenen Darstellungszahl eines Modus – d.h. einer Reihe von Konsonanzen – die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen ermitteln wollen.

Weil man daher eine überaus große Anzahl von Darstellungszahlen erhalten und aus jeder beliebigen von ihnen unzählige Reihen von Konsonanzen ableiten kann, steht diese Wissenschaft sehr weit offen und wird immerwährend nicht nur durch neue Werke, sondern auch durch neue Modi bereichert werden.

§. 28. In der heutigen Zeit freilich, in der sich das Studium der Musik zu einem so großen Grad an Perfektion gehoben hat, ist es jedenfalls wert sich zu wundern, dass alle in Musik Bewanderten sich nur mit dem Komponieren neuer Werke befassen aber die Zahl der Modi, die ziemlich karg ist und schon vor langer Zeit übernommen wurde, überhaupt nicht zu vergrößern wagen. Der Grund dafür scheint zu sein, dass die wahren Prinzipien der Harmonie bisher unbekannt waren und dass ohne diese das Studium der Musik nur durch Erfahrung und Gewohnheit gepflegt wurde.

§. 29. Weil die Darstellungszahl einer Reihe von Konsonanzen das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der mit ihren Indizes multiplizierten einzelnen Konsonanzen ist, werden alle diese Ergebnisse aus den Darstellungszahlen und den Indizes Teiler der Darstellungszahl der Reihe von Konsonanzen sein.

Wenn daher die Darstellungszahl der Reihe von Konsonanzen gegeben sei, angenommen **M**, müssen, um die einzelnen Konsonanzen zu finden, alle möglichen Teiler von **M** selbst genommen werden, die **Aa, Bb, Cc, Dd** usw. seien.

Wenn man diese gefunden hat, werden **A(a):B(b):C(c):D(d):** usw. die Reihe der Konsonanzen repräsentieren, deren Darstellungszahl die gegebene Zahl **M** sein wird.

§. 30. Beim Nehmen dieser Teiler aber muss das beachtet werden, dass sie die vorgelegte Darstellungszahl **M** ausschöpfen, das heißt, dass sie kein kleineres kleinstes gemeinsames Vielfache besitzen als **M**.

Das wird erreicht werden, wenn man gleich von Anfang an einige Konsonanzen bestimmt, deren Darstellungszahlen die gegebene Zahl **M** ausschöpfen; wenn das festgesetzt ist, wird man auch den Vorteil erhalten, dass gleich zu Beginn beim Hören einiger Konsonanzen die Darstellungszahl der gesamten Reihe von Konsonanzen wahrgenommen wird, und aus deren Kenntnis kann man auch die Harmonie der gesamten Reihe einfacher beurteilen. Darüber aber wird später mehr erklärt werden.

