

Weitere komplexere Tongeschlechter

§. 1. Nachdem die vorigen achtzehn Geschlechter dargelegt wurden, in denen sowohl die alte als auch die heutige Musik enthalten ist, wird es nicht unpassend sein einige komplexere Geschlechter auszuführen, die entweder zu den schon behandelten eine enge Beziehung besitzen oder nicht unbequem zur weiteren Vollendung der Musik in den Gebrauch aufgenommen werden könnten. Wir werden also beim Besprechen der folgenden Geschlechter nicht so in der Reihenfolge fortfahren wie wir begonnen haben und alles ins Zentrum rücken – das wäre eine unendliche Mühe ohne Nutzen – sondern wir werden nur das erklären, was für die Abhandlung geeignet scheint.

§. 2. Also werden wir das Geschlecht betrachten dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ ist, das mit Recht das „chromatisch-enharmonische“ genannt werden kann, weil dieser *exponens* aus den Darstellungszahlen des chromatischen und des enharmonischen Geschlechts zusammengesetzt und von diesen Darstellungszahlen das kleinste gemeinsame Vielfache ist. In einer Oktav dieses Geschlechts werden drei mal vier, d.h. zwölf Töne enthalten sein, gleich wie im diatonisch-chromatischen Geschlecht, die aus ebenso vielen Teilern von $3^2 \cdot 5^3$ entstehen, und es werden die folgenden sein:

$$2^{10}: 3^2 \cdot 5^3: 2^7 \cdot 3^2: 2^4 \cdot 3 \cdot 5: 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2: 2^8 \cdot 5: 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5: 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3: 2^9 \cdot 3: 2^6 \cdot 5^2: 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5: 2^4 \cdot 5^3: 2^{11}.$$

$$1024:1125:1152:1200:1280:1440:1500:1536:1600:1800:1920:2000:2048.$$

§. 3. Wie die Töne aber dieses chromatisch-enharmonischen Geschlechts fortschreiten und welche Intervalle sie untereinander besitzen, wird aus der folgenden Tabelle offenkundig:

generis exponens $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$

<i>Ton- bezeichnungen</i>	<i>Töne</i>		<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C	$2^8 \cdot 3$	768		
Cs	$2^6 \cdot 5^2$	800	24:25	kleines Hemitonium.
Ds	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	900	8:9	großer Tonus.
E	$2^6 \cdot 3 \cdot 5$	960	15:16	großes Hemitonium.
F*	$2^3 \cdot 5^3$	1000	24:25	kleines Hemitonium.
F	2^{10}	1024	125:128	enharmonische Diësis.
G*	$3^2 \cdot 5^3$	1125	1024:1125	großer Tonus minus Diësis.
G	$2^6 \cdot 3^2$	1152	125:128	enharmonische Diësis.
Gs	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	1200	24:25	kleines Hemitonium.
A	$2^7 \cdot 5$	1280	15:16	großes Hemitonium.
H	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	1440	8:9	großer Tonus.
C*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$	1500	24:25	kleines Hemitonium.
C	$2^9 \cdot 3$	1535	125:128	enharmonische Diësis.

§. 4. In diesem Geschlecht sind also die Intervalle zwischen den benachbarten Tönen höchst ungleich, nämlich große Toni, Hemitonia und Diëses; so dass eine in diesem Geschlecht komponierte Melodie auf keinen anderen Ton transponiert werden könnte.

Von da leuchtet umso mehr das Vorrecht des im vorigen Kapitel dargelegten diatonisch-chromatischen Geschlechts ein, in dem die Intervalle alle für die Wahrnehmung ungefähr gleich sind.

Und gleichzeitig versteht man, dass diese Gleichheit zufällig entstanden ist und dass sie nicht absolut notwendig ist um Harmonie zu erzeugen, so wie das freilich mehreren scheint.

§. 5. Enthalten sind aber in diesem Geschlecht drei Töne, die man im angenommenen diatonisch-chromatischen Geschlecht nicht findet, und diese habe

ich mit den mit Stern versehenen Buchstaben **F***, **G***, **c*** bezeichnet, weil sie den Tönen, die im gewohnten Geschlecht mit diesen Buchstaben bezeichnet sind, am nächsten kommen: sie weichen von diesen nämlich nur um eine Diësis ab. Weil eine so kleine Differenz von den Ohren kaum wahrgenommen werden kann, werden deswegen auf in gewohnter Weise zum diatonisch-chromatischen Geschlecht temperierten Instrumenten nicht unpassend auch zum Geschlecht $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ gehörige Musikstücke wiedergegeben werden können, indem man anstelle der Töne **F***, **G***, **c*** die gewohnten Töne **F**, **G**, **c** nimmt, wodurch sich ein für den Hörsinn fast nicht wahrnehmbarer Fehler ergibt.

§. 6. Das diatonisch-chromatische Geschlecht wird man sicherlich mit größerer Gefälligkeit für Musikstücke der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ anpassen können, als in Fällen wenn Musiker eine in vorgegebenen Tönen komponierte Melodie zu anderen Tönen transponieren, was oft vorkommt; dadurch geschieht es öfter, dass sie für ein Intervall das zuvor ein kleines Hemitonium war an seiner Stelle ein großes Hemitonium oder sogar ein großes Limma verwenden; und diese Differenz ist noch größer als eine Diësis.

Auch wenn man zum chromatisch-enharmonischen Geschlecht bereitete Instrumente zur Verfügung hätte, würden diese außerdem, wenn sie nicht ganz genau temperiert wären – was aber kaum bewerkstelligt werden könnte – keine größere Annehmlichkeit bringen als die gewohnten Instrumente.

§. 7. Weiter steht also das diatonisch-chromatische Geschlecht offen als seine Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ beschreibt, weil es auch nicht unbequem für Musikstücke herangezogen werden kann die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ enthalten sind, woraus der Vorzug des angenommenen Tongeschlechts sehr klar erkannt wird.

Seine Anwendung wird aber noch weiter zu komplexeren Geschlechtern ausgedehnt, die so beschaffen sind, dass die vom diatonisch-chromatischen Geschlecht abweichenden Töne den eigenen Tönen dieses Geschlechts sehr nahe kommen, und daher können letztere an der Stelle ersterer ohne Gefahr verwendet werden.

Welcher Art also diese Geschlechter sind, denen das diatonisch-chromatische Geschlecht genügen kann, werden wir hier ausführlicher darlegen.

§. 8. Die Darstellungszahlen aller drei alten Geschlechter sollen zu einem zusammenwachsen, so dass das „diatonisch-enharmonische“ Geschlecht hervorgeht dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^3$ sein wird, und in diesem Geschlecht werden gemeinsam das diatonische, das chromatische und das enharmonische enthalten sein, insofern sie freilich von uns korrigiert wurden.

Eine Oktav dieses Geschlechts wird also **16** Töne enthalten, zwölf Töne freilich des diatonisch-chromatischen Geschlechts und außer diesen **4** neue, die aber wenig von ersteren verschieden sind; sodass sie ohne spürbaren Verlust der Harmonie durchaus weggelassen werden können, gleich wie wir das über das vorhergehende Geschlecht angemerkt haben.

Die **16** Töne einer Oktav werden aber folgende sein:

<i>generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^3$</i>				
<i>Ton- bezeichnungen</i>	<i>Töne</i>		<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C	$2^{10} \cdot 3$	3072		
Cs	$2^7 \cdot 5^2$	3200	24:25	kleines Hemitonium.
D*	$3^3 \cdot 5^3$	3375	128:135	kleines Limma.
D	$2^7 \cdot 3^3$	3456	125:128	Diësis .
Ds	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	3600	24:25	kleines Hemitonium.
E	$2^8 \cdot 3 \cdot 5$	3840	15:16	großes Hemitonium.
F*	$2^5 \cdot 5^3$	4000	24:25	kleines Hemitonium.
F	2^{12}	4096	125:128	Diësis.
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	4320	128:135	kleines Limma.
G*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	4500	24:25	kleines Hemitonium.
G	$2^9 \cdot 3^2$	4608	125:128	Diësis .
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	4800	24:25	kleines Hemitonium.
A	$2^{10} \cdot 5$	5120	15:16	großes Hemitonium.
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	5400	128:135	kleines Limma.
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	5760	15:16	großes Hemitonium.
C*	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^3$	6000	24:25	kleines Hemitonium.
C	$2^{11} \cdot 3$	6144	125:128	Diësis.

An Stelle der fremden Töne **D***, **F***, **G***, **c*** also, die sich nur um eine Diësis von den Haupttönen **D**, **F**, **G**, **c** unterscheiden, werden ohne große Gefahr letztere verwendet werden können.

§. 9. Wenn jemandem vielleicht diese Differenz, die Diësis nämlich, zu groß erscheinen mag um die Haupttöne an Stelle der fremden zu verwenden (weil die Diësis das größte Intervall unter den kleinsten ist), wird dieser ohne Zweifel zugeben, dass der Fehler um ein Komma nicht zu groß ist.

Höchstens um ein Komma aber unterscheiden sich die fremden von den Haupttönen in den Geschlechtern, deren Darstellungszahlen in $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ enthalten sind, mit einer Zahl **n** größer als die Drei.

Die Oktaven aber derartiger Geschlechter, wenn **n** kleiner als **8** ist, kann man in der beigefügten Tabelle sogleich betrachten.

generis exponens $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$

<i>Ton- namen</i>	<i>Töne</i>	<i>Logarithmen der Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
F	2^{15}	15,00000		
Fs	$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	15,07682	0,07682	kleines Limma.
Fs*	$2^4 \cdot 3^7$	15,09474	0,01792	Komma.
G*	$2 \cdot 3^6 \cdot 5^2$	15,15363	0,05889	kleines Hemitonium.
G	$2^{12} \cdot 3^2$	15,16993	0,01629	Diaschisma.
Gs	$2^9 \cdot 3 \cdot 5^2$	15,22882	0,05889	kleines Hemitonium.
Gs*	$2^5 \cdot 3^5 \cdot 5$	15,24674	0,01792	Komma.
A	$2^{13} \cdot 5$	15,32193	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma
A*	$2^9 \cdot 3^4$	15,33985	0,01792	Komma.
B	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	15,39874	0,05889	kleines Hemitonium.
B*	$2^2 \cdot 3^7 \cdot 5$	15,41667	0,01792	Komma.
H	$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5$	15,49185	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma.
H*	$2^6 \cdot 3^6$	15,50978	0,01792	Komma.
C*	$2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$	15,56867	0,05889	kleines Hemitonium.
C	$2^{14} \cdot 3$	15,58496	0,01629	Diaschisma.
Cs	$2^{11} \cdot 5^2$	15,64386	0,05889	kleines Hemitonium.
Cs*	$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5$	15,66178	0,01792	Komma.
D*	$3^7 \cdot 5^2$	15,73859	0,07682	kleines Limma.
D	$2^{11} \cdot 3^3$	15,75489	0,01629	Diaschisma.
Ds	$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	15,81378	0,05889	kleines Hemitonium.
Ds*	$2^4 \cdot 3^6 \cdot 5$	15,83170	0,01792	Komma.
E	$2^{12} \cdot 3 \cdot 5$	15,90689	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma.
E*	$2^8 \cdot 3^5$	15,92481	0,01792	Komma.
F*	$2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$	15,98371	0,05889	kleines Hemitonium.
F	2^{16}	16,00000	0,01629	Diaschisma.

In diesem Geschlecht kommen also zu den zwölf Tönen des diatonisch-chromatischen Geschlechts zwölf neue Töne hinzu, deren Differenzen zu ersteren aber entweder Kommata oder Diaschismata sind; und weil diese vom Gehör kaum unterschieden werden können, werden diese neuen Töne ohne Gefahr weggelassen und an ihrer Stelle die gewohnten verwendet werden können.

Das diatonisch-chromatische Geschlecht eröffnet also ebenso viele Möglichkeiten und ist gleich einzuschätzen wie das Geschlecht der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$.

§. 10. Also kann das diatonisch-chromatische Geschlecht, dessen Darstellungszahl natürlich $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, ausreichend kunstvoll herangezogen werden, um Musikstücke auszudrücken, deren Darstellungszahlen um vieles komplexer und in $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind. Denn auch wenn die Oktav für Werke dieser Art mit einer doppelt höheren Zahl an Tönen eingerichtet würde, so wie es die Darstellungszahl erfordert, könnte trotzdem wegen der so kleinen Differenz in der Harmonie kaum eine Veränderung bemerkt werden, ob jetzt das vollständige oder ob das unvollständige Geschlecht verwendet würde.

Auf ähnliche Weise kann man aber über die Sieben hinausgehen, so dass das heute für den Gebrauch aufgenommene Geschlecht für die allgemeine Darstellungszahl $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ dient, wie groß auch immer die Zahl n angenommen wird.

§. 11. Dass sich das aber so verhält und das diatonisch-chromatische Geschlecht so weite Möglichkeiten hat, bezeugen täglich die Kompositionen mehr als genügend. Man findet nämlich kaum irgendein heutiges Werk, dessen *exponens* komplexer wäre als die Darstellungszahl des Geschlechts $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Inzwischen müssen auch die Musiker selbst bekennen – auch wenn die übernommenen Töne nicht ausreichen wenn man die Sache mit höchster Strenge betrachtet – dass diese Töne wegen der minimalen Abweichung aber eher verwendet werden sollten, als dass sich die Musik durch Einführen neuer Töne für die Aufführung als zu schwierig erweisen würde.

§. 12. Weniger glücklich aber wird sich die Sache gestalten, wenn wir durch Vergrößern des *exponens* der **5** unser diatonisch-chromatisches Geschlecht erweitern wollen. Wenn wir nämlich die Potenz von **5** selbst vergrößern, werden zu den gewohnten Tönen solche neuen Töne hinzukommen, die sich meistens um mehr als ein Komma, nämlich um eine Diësis von den gewohnten unterscheiden. Dieser Fehler kann bemerkt werden, da die Diësis ungefähr die Mitte eines Halbtons darstellt.

Unterdessen haben wir dennoch, damit das besser durchblickt wird, eine Oktav des Geschlechts angefügt, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ ist:

generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$

<i>Ton- namen</i>	<i>Töne</i>	<i>Logarithmen der Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
F	2^{16}	16,00000		
Fs*	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$	16,04260	0,04260	kleines Hemitonium minus Diaschisma.
Fs	$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	16,07682	0,03422	Diësis .
G*	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	16,13571	0,05889	kleines Hemitonium.
G	$2^{13} \cdot 3^2$	16,16992	0,03422	Diësis.
Gs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^5$	16,19460	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Gs	$2^{10} \cdot 3 \cdot 5^2$	16,22882	0,03422	Diësis.
A*	$2^7 \cdot 5^4$	16,28771	0,05889	kleines Hemitonium.
A	$2^{14} \cdot 5$	16,32193	0,03422	Diësis.
B*	$3^3 \cdot 5^5$	16,36453	0,04260	kleines Hemitonium minus Diaschisma.
B	$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	16,39874	0,03422	Diësis.
H*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4$	16,45764	0,05889	kleines Hemitonium.
H	$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5$	16,49185	0,03422	Diësis.
C*	$2^8 \cdot 3 \cdot 5^3$	16,55075	0,05889	kleines Hemitonium.
C	$2^{15} \cdot 3$	16,58496	0,03422	Diësis.
Cs*	$2^5 \cdot 5^5$	16,60964	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Cs	$2^{12} \cdot 5^2$	16,64386	0,03422	Diësis.
D*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3$	16,72067	0,07681	kleines Limma.
D	$2^{12} \cdot 3^3$	16,75489	0,03422	Diësis.
Ds*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^5$	16,77957	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Ds	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	16,81378	0,03422	Diësis.
E*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^4$	16,87267	0,05889	kleines Hemitonium.
E	$2^{13} \cdot 3 \cdot 5$	16,90689	0,03422	Diësis .
F*	$2^{10} \cdot 5^3$	16,96578	0,05889	kleines Hemitonium.
F	2^{17}	17,00000	0,03422	Diësis.

§. 13. In diesem Geschlecht sind also die neu hinzukommenden Töne mit den gewohnten abwechselnd angeordnet; und von ihnen ist jeder vom Hauptton eine Diësis entfernt; weil diese Differenz nicht unwarnehmbar ist, kann sie das Auslassen der fremden Töne kaum tolerieren.

Außerdem sind gewisse dieser Töne den vorhergehenden Haupttönen näher als den nachfolgenden von denen wir die Bezeichnungen entliehen haben; der Ton **Gs*** ist offenbar näher dem Ton **G** als dem Ton **Gs**, so dass es günstiger wäre an seiner Stelle den Ton **G** zu verwenden; das hätte aber eine ebenso große Schwierigkeit, weil der Ton **G** an Stelle des Tones **G*** verwendet werden muss; die beiden unterschiedlichen Töne **G*** und **Gs*** können nicht von demselben Ton ausgedrückt werden.

Besser würde es also für eine solche Musik passen, die Oktav in **24** Intervalle zu teilen, dieses Geschlecht würde auch diesen Vorzug besitzen, dass alle Intervalle untereinander ungefähr gleich wären.

§. 14. Wenn man aber nach dieser Überlegung die Anzahl der Töne verdoppelte, würde dieses neue Geschlecht der Musik größte Möglichkeiten eröffnen, nicht nur könnte es nämlich für die mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ beschriebenen Tongeschlechter verwendet werden, sondern auch für die mit den Darstellungszahlen $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^p$, wenn **p** eine Zahl größer als die Fünf bezeichnet. Es würde sogar für ein allgemeines Geschlecht $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$ ausreichen, was hinreichend feststeht, wenn **n** und **p** nicht sehr große Zahlen sind, überaus große Zahlen an der Stelle von **n** und **p** zu substituieren lässt jedoch die Harmonie selbst nicht zu.

§. 15. Eine größere Ausweitung des diatonisch-chromatischen Geschlechts, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, kann ohne Verletzung der Harmonie nicht zugelassen werden als für musikalische Werke die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind.

Obwohl nämlich die Drei mit demselben Recht eine höhere Potenz als sieben haben könnte, verbieten dennoch die Regeln der Harmonie selbst, solche Werke zu komponieren, deren Darstellungszahl komplexer wäre.

Daher wird es nicht günstig sein, den Gebrauch dieses übernommenen Geschlechts weiter auszudehnen als für musikalische Werke, die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind; und auch die heutigen Musiker überschreiten für gewöhnlich nicht diese Grenze.

§. 16. Damit aber das eingebürgerte Geschlecht, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, der komplexeren Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ genügt, wird jedem beliebigen Ton – d.h. jeder Taste der Instrumente – ein zweifacher Ton zugeordnet, wie man aus der dem §. 9. beigefügten Tabelle dieses Geschlechts erkennt.

Die Tasten nämlich beispielsweise, die mit **H** bezeichnet sind, werden sowohl Töne darbieten, die mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$ als auch mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^6$ beschrieben sind.

Deswegen haben wir die folgende Tabelle angefügt, aus der man sogleich erkennt mit welcher Taste jeder beliebige in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthaltene Ton erzeugt werden muss, wenn man für den Hauptton **F** selbst 2^n nimmt, wobei n eine fixe beliebig angenommene Zahl ist.

<i>Tasten</i>	<i>Haupttöne</i>	<i>Nebentöne</i>	<i>Tasten</i>	<i>Haupttöne</i>	<i>Nebentöne</i>
C	$2^{n-2} \cdot 3$	$2^{n-13} \cdot 3^5 \cdot 5^2$	$\bar{c}$	$2^n \cdot 3$	$2^{n-11} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
Cs	$2^{n-3} \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5$	$\bar{cs}$	$2^{n-1} \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^4 \cdot 5$
D	$2^{n-5} \cdot 3^3$	$2^{n-16} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{d}$	$2^{n-3} \cdot 3^3$	$2^{n-14} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
Ds	$2^{n-8} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{ds}$	$2^{n-6} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^6 \cdot 5$
E	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^5$	$\bar{e}$	$2^{n-2} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^5$
F	2^n	$2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$	$\bar{f}$	2^{n+2}	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
Fs	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-11} \cdot 3^7$	$\bar{fs}$	$2^{n-5} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^7$
G	$2^{n-3} \cdot 3^2$	$2^{n-14} \cdot 3^6 \cdot 5^2$	$\bar{g}$	$2^{n-1} \cdot 3^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
Gs	$2^{n-6} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{gs}$	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^6 \cdot 5$
A	$2^{n-2} \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^4$	$\bar{a}$	$2^n \cdot 5$	$2^{n-4} \cdot 3^4$
B	$2^{n-9} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^7 \cdot 5$	$\bar{b}$	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^7 \cdot 5$
H	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^6$	$\bar{h}$	$2^{n-3} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^6$
c	$2^{n-1} \cdot 3$	$2^{n-12} \cdot 3^5 \cdot 5^2$	$\bar{c}$	$2^{n+1} \cdot 3$	$2^{n-10} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
cs	$2^{n-4} \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5$	$\bar{cs}$	$2^{n-2} \cdot 5^2$	$2^{n-6} \cdot 3^4 \cdot 5$
d	$2^{n-4} \cdot 3^3$	$2^{n-15} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{d}$	$2^{n-2} \cdot 3^3$	$2^{n-13} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
ds	$2^{n-7} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{ds}$	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^6 \cdot 5$
e	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^5$	$\bar{e}$	$2^{n-1} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^5$
f	2^{n+1}	$2^{n-10} \cdot 3^4 \cdot 5^2$	$\bar{f}$	2^{n+3}	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
fs	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-10} \cdot 3^7$	$\bar{fs}$	$2^{n-4} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^7$
g	$2^{n-2} \cdot 3^2$	$2^{n-13} \cdot 3^6 \cdot 5^2$	$\bar{g}$	$2^n \cdot 3^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
gs	$2^{n-5} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{gs}$	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^6 \cdot 5$
a	$2^{n-1} \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^4$	$\bar{a}$	$2^{n+1} \cdot 5$	$2^{n-3} \cdot 3^4$
b	$2^{n-8} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^7 \cdot 5$	$\bar{b}$	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^7 \cdot 5$
h	$2^{n-4} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^6$	$\bar{h}$	$2^{n-2} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^6$
$\bar{c}$	$2^n \cdot 3$	$2^{n-11} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{\bar{c}}$	$2^{n+2} \cdot 3$	$2^{n-9} \cdot 3^7 \cdot 5^2$

§. 17. In dieser Tabelle werden also sowohl die Haupt- als auch die Nebentöne gezeigt, für deren Erzeugung eine beliebige Taste geeignet ist. Die Haupttöne sind nämlich die aus der Darstellungszahl des Geschlechts $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ gewonnenen Töne, zu denen die Tasten demnach möglichst exakt gestimmt sein müssen.

Die Nebentöne aber können nicht mit derselben Strenge von denselben Tasten wiedergegeben werden; weil sie sich aber um so wenig von den Haupttönen unterscheiden, können für ihre Erzeugung erstere Tasten ohne merkbaren Verlust der Harmonie gefahrlos verwendet werden.

Denn obwohl von schärferen Ohren das Komma oder Diaschisma wahrgenommen werden kann – die Intervalle um die sich die Nebentöne von den Haupttönen unterscheiden – wird dennoch der Fehler, weil man die Nebentöne mit den Haupttönen weder in derselben Konsonanz noch in einer Folge zweier Konsonanzen vermischen kann, auch vom schärfsten Gehör nicht wahrgenommen werden können.

Wenn nämlich beispielsweise die Taste **F** in der ersten Konsonanz für den Ton 2^n genommen wurde, kann dieselbe in der einhundertsten Konsonanz nach der ersten ohne Gefahr den Ton $2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$ repräsentieren.

§. 18. Wenn eine Reihe von Tönen oder Konsonanzen in Zahlen vorgegeben ist, wird aus dieser Tabelle also sogleich auch verständlich, mit welchen Anschlägen von Tasten diese Reihe ausgedrückt werden muss.

Um das aber zu erreichen, wähle man die Zahl **n**, dass alle vorliegenden Zahlen in der Tabelle gefunden werden, wenn freilich die größte die kleinste nicht mehr als sechzehnfach umfasst. Daher wird die Zahl **n** entweder aus der größten der vorliegenden Zahlen definiert werden müssen oder aus der kleinsten

Wenn man das getan hat, wird man für die übrigen Töne leicht die nötigen Tasten erhalten; wenn freilich, was wir annehmen, das kleinste gemeinsame Vielfache der vorliegenden Zahlen in $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten ist.

§. 19. Alle Musikstücke also, für das unser diatonisch-chromatisches Geschlecht zu verwenden ist, sind in dieser Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ zusammengefasst, so dass andere Werke einer abweichenden Darstellungszahl mit nach diesem Geschlecht temperierten Instrumenten nicht wiedergegeben werden können.

Daher müssen alle musikalischen Werke allein aus den drei Zahlen **2, 3, 5** und ihren Potenzen komponiert sein, und die Potenz der Fünf wird nicht mehr als die zweite und die der Drei nicht mehr als die siebente sein können; so dass der Ausspruch von Leibniz es gut wiedergibt, als er sagte, dass man in der Musik noch immer nicht über die Fünf hinaus zu zählen pflege.

§. 20. Und es wäre ziemlich schwierig, in der Musik außer diesen drei Zahlen eine andere – z.B. **7** – einzuführen, weil die Konsonanzen, in deren Darstellungszahlen die Sieben einging, zu hart klängen und die Harmonie störten. Denn die Konsonanzen, in deren Darstellungszahlen nur die Sieben mit der Zwei enthalten wäre, könnten kaum zugelassen werden da die annehmlicheren Intervalle, die aus **3** und **5** entstehen, übersehen würden. Wenn aber durch Verbindung der **7** mit der **3** und der **5** die Darstellungszahl **$2^m \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$** entstünde, wäre die Konsonanz zu komplex, sodass sie dem Gehör nicht gefallen könnte. Unterdessen wollen wir dennoch die in einer Oktav befindlichen Töne für das Geschlecht vor Augen führen, deren Darstellungszahl **$2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$** ist:

generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

Tonnamen	Töne	Logarithmen der Töne	Intervalle	
F	2^{12}	12,00000		
Fs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,03617	0,03617	512:525
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	12,07682	0,04064	35:36
G*	$2^7 \cdot 5 \cdot 7$	12,12928	0,05247	27:28
G	$2^9 \cdot 3^2$	12,16992	0,04064	35:36
Gs*	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,20610	0,03617	512:525
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	12,22882	0,02272	63:64
A*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	12,29921	0,07039	20:21
A	$2^{10} \cdot 5$	12,32193	0,02272	63:64
B*	$2^8 \cdot 3 \cdot 7$	12,39232	0,07039	20:21
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	12,39874	0,00642	224:225
H*	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,45121	0,05247	27:28
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	12,49185	0,04064	35:36
c*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$	12,56224	0,07039	20:21
c	$2^{11} \cdot 3$	12,58496	0,02272	63:64
cs*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,62114	0,03617	512:525
cs	$2^8 \cdot 5^2$	12,64386	0,02272	63:64
d*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	12,71425	0,07039	20:21
d	$2^8 \cdot 3^3$	12,75489	0,04064	35:36
ds*	$2^{10} \cdot 7$	12,80735	0,05247	27:28
ds	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	12,81378	0,00642	224:225
e*	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$	12,88417	0,07039	20:21
e	$2^9 \cdot 3 \cdot 5$	12,90689	0,02272	63:64
f*	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 7$	12,97728	0,07039	20:21
f	2^{13}	13,00000	0,02272	63:64

