

Permutation von Modi und Systemen

§. 1. So vielfältig aber die Buntheit ist die in einem einzigen System Platz hat, so erzeugt dasselbe System, wenn es länger beibehalten wird, notwendigerweise eher Ermüdung als Erquickung. Weil die Musik nämlich sowohl Vielfalt als auch Annehmlichkeit in Tönen und Konsonanzen erfordert, ist das, was dem Gehör dargeboten wird, öfter zu wechseln. Wie also der *exponens* des Systems durch die im vorigen Kapitel erklärte Komposition dem Gehör präsentiert wird, so soll, wenn er schon genügend bekannt ist, ein Übergang zu einem anderen System geschehen.

§. 2. Diese Veränderung kann aber auf sehr viele Arten geschehen:
Erstens lässt ein einzelnes System verschiedene Veränderungen zu, wenn der Modus und seine Art unverändert bleiben.
Zweitens wird eine deutlicher wahrnehmbare Veränderung geschehen, wenn ein Übergang in eine andere Art des Modus oder sogar in einen anderen Modus geschieht; derartige Veränderungen können aus der obigen Tabelle der Modi und Systeme reichlich entnommen werden.
Außerdem aber lassen die Modi selbst und auch einzelne ihrer Arten und Systeme mehrere in der gegebenen Tabelle nicht gezeigte Variationen zu, die entstehen wenn Indizes mit den Darstellungszahlen verbunden werden; von da wird die größte Vielfalt in die Musik gebracht.

§. 3. Wie nämlich die Beschaffenheit der verschiedenen Konsonanzen untereinander nicht nur durch die Darstellungszahlen allein sondern auch durch die Indizes festgelegt wird, so nimmt auch derselbe Modus durch Verbindung mit verschiedenen Indizes verschiedene Formen an, die in der Tabelle des vorigen Kapitels nicht ausgedrückt sind wo immer die Eins den Platz der Indizes einnimmt.
Hier aber, wo wir beabsichtigen verschiedene Modi und verschiedene Systeme untereinander zu vergleichen und Übergänge von den einen zu den anderen zu zeigen, werden wir zur Darstellungszahl jedes Modus und Systems den Index hinzufügen.

§. 4. Damit man aber versteht, auf welche Weise eine Komposition in einem System geschehen soll, dessen Darstellungszahl mit einem Index verbunden ist, werden wir bei den Indizes beginnen, die Potenzen der Zwei sind.
Daher sei $E(2^n)$ die Darstellungszahl (*exponens*) des Systems, bei dem $F = 2^n$; dann ist klar, dass die Komposition für die Darstellungszahl E gemacht werden kann und dass sie dann n Oktaven höher wiedergegeben werden muss.
Weil das aber mit mehreren Nachteilen verbunden ist, kann man die Komposition im System der Darstellungszahl E für den Wert $F = 2^{m-n}$ machen, was gleichermaßen zum vorgelegten System führt.

§. 5. Ist aber der Index keine Potenz der Zwei sondern eine beliebige andere Zahl p , wird die Komposition im System der Darstellungszahl $E(p)$ für den Fall $F = 2^m$ geschehen, indem man im System der Darstellungszahl E komponiert und dann die einzelnen Töne um das Intervall $1:p$ erhöht.

Weil man aber auf diese Weise meistens zu hohe Tönen erreicht, nehme man die der Zahl p nächste Potenz der Zwei, die 2^k sei, und mache die Komposition im System $E(2^k)$ wie im vorigen Fall, wonach man die gesamte Komposition um das Intervall $2^k:p$ transponiere. Mit dieser Methode wird daher gemäß den Vorschriften des vorigen Kapitels in jedem beliebigen System, dessen Darstellungszahl mit einem Index verbunden ist, eine musikalische Komposition geformt werden können.

§. 6. Wenn daher ein Musikstück aus mehreren Teilen besteht, von denen sich jeder auf ein eigenes System bezieht, dann ist vor allem anderen die Darstellungszahl (*exponens*) des gesamten musikalischen Werks zu betrachten, die das kleinste gemeinsame Vielfache aller Darstellungszahlen der Systeme ist die verwendet werden.

Aus diesem nach Belieben angenommenen *exponens* werden die Systeme selbst und deren *exponentes* wiederum abgeleitet werden, in gleicher Weise wie zuvor aus der Darstellungszahl des Systems die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen gewonnen wurden.

§. 7. Hat man aber nach Gutdünken eine Darstellungszahl gewählt, in der das gesamte zu komponierende musikalische Werk enthalten sein soll, ist es notwendig, zugleich auch die Potenz der Zwei zu bestimmen mit der der Ton F bezeichnet wird; und die soll in allen Systemen unverändert bleiben.

Aber dennoch finden in einem solchen Musikstück nicht nur diejenigen Systeme einen Platz in denen F mit derselben Potenz der Zwei bezeichnet wird, sondern außerdem auch alle jene, in denen der Wert von F kleiner ist. Das geschieht aber wegen der mit den Darstellungszahlen der Systeme verbundenen Indizes, die, wenn sie gerade sind, auf Systeme zurückgeführt werden in denen kleinere Potenzen der Zwei den Ton F ausdrücken; wie man aus der vorher erklärten Methode des Komponierens in Systemen, deren Darstellungszahlen mit Indizes verbunden sind, versteht.

§. 8. Bevor aber die Systeme selbst definiert werden, die in der Darstellungszahl des musikalischen Werks enthalten sind, ist es günstig die in dieser Darstellungszahl enthaltenen Modi aufzuzählen.

Nicht allein die Modi selbst sind aber für sich zu betrachten, soweit sie durch die Darstellungszahlen dargestellt werden, sondern auch die einzelnen Variationen desselben Modus, die durch die Indizes bezeichnet werden.

Aus den Modi werden daraufhin die Arten gewonnen, die sogleich durch Annahme eines Werts für F ein System bieten; für ein beliebiges davon ist, insofern es schon vorgeschrieben wurde, die Komposition einzurichten.

§. 9. Die Modi aber, wenn wir die einfacheren ausnehmen, sind vor allem durch die zwei Darstellungszahlen $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ und $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ ausgedrückt; denn jener Modus, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, muss als aus diesen zwei zusammengesetzt bewertet werden.

Der erste dieser Modi $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ wird von den Musikern der „harte“ (Dur-)Modus genannt, der zweite $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ der „weiche“ (Moll-)Modus; und beinahe nur diese verwenden die Musiker in ihren Werken. Beide dieser Modi aber umfassen durch Anfügen von Indizes mehrere Variationen, die von den Musikern eigene Benennungen erhielten, die man aus der unten angefügten Tabelle sehen kann.

Harte (Dur-)Modi

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	Modus G -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2)$	Modus D -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	Modus H -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3)$	Modus A -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2 \cdot 5)$	Modus Fs -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3 \cdot 5)$	Modus Cs -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4 \cdot 5)$	Modus Gs -Dur

Weiche (Moll-)Modi

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	Modus H -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^3)$	Modus Fs -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^4)$	Modus Cs -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^5)$	Modus Gs -Moll

§. 10. Hier haben wir nur diejenigen Variationen besprochen, die in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind, zu der das heute für den Gebrauch angenommene diatonisch-chromatische Geschlecht bequem und ohne merklichen Schaden der Harmonie verwendet werden kann, wie wir anmerkten.

Deswegen aber haben wir obige Namen jenen Variationen der Modi zugeteilt, weil die meisten Systeme jedes dieser Modi genau diejenigen Töne umfassen, die nach Meinung der Musiker den Ambitus der genannten Modi bestimmen.

Wer so die meisten Systeme des Modus $2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$ in der dargestellten Tabelle betrachtet, wird erkennen dass in ihnen der Ambitus des von den Musikern so genannten Modus **C**-Dur enthalten ist; und dass in gleicher Weise der Modus $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$ mit dem Ambitus des Modus **A**-Moll übereinstimmt.

§. 11. Damit aber klar wird, von welchem Modus dieser beiden Modi Variationen in einem beliebigen Musikstück Platz finden können, wollen wir die Darstellungszahlen betrachten die angenommen werden können um gesamte musikalische Werke auszudrücken, von denen wir oben gezeigt haben dass sie die Darstellungszahl $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ des im erweiterten Sinn genommenen diatonisch-chromatischen Geschlechts nicht übersteigen dürfen.

Daher wird $2^k \cdot 3^3 \cdot 5^2$ die einfachste Darstellungszahl sein, aus der musikalische Werke komponiert werden können, in denen freilich Variationen der Modi enthalten sind.

Und daher enthält sie folgende vier Modi in sich:

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E -Moll

Alle Arten aber dieser Modi und von deren Variationen werden hervorgehen, wenn an der Stelle von **n** und **m** nacheinander einzelne ganze Zahlen eingesetzt werden, die zusammen als **m + n** nicht mehr ergeben sollen als **k**.

§. 12. Daher kann in Musikstücken dieses Geschlechts bereits eine sehr große Vielfalt beim wechselseitigen Permutieren der Systeme Platz haben, sodass es kaum nötig erscheint musikalische Werke mit komplexeren Darstellungszahlen zu suchen.

Außer dem nämlich, dass eine ausreichende Vielfalt in dieser Darstellungszahl enthalten ist, passt das diatonisch-chromatische Geschlecht auch vorzüglich mit allen derartigen Werken ohne irgendeine Abweichung zusammen und reicht auch in komplexeren Werken aus.

Auch von den heutigen Musikern wird die Permutation dieser Modi häufig angewendet, in ihren Werken gibt es wiederkehrende Übergänge vom Modus **E-Dur** nach **E-Moll**, und von diesem nach **C-Dur** und **A-Moll** und umgekehrt.

§. 13. Wie dieses Geschlecht für Musikstücke am einfachsten zu verwenden ist, so verdient es als das vollendetste betrachtet zu werden.

Es folgt das nächste mit der Darstellungszahl $2^k \cdot 3^4 \cdot 5^2$, in dem alle Permutationen von Modi und Systemen umfasst werden die jedenfalls von den Musikern meistens verwendet zu werden pflegen; so dass in dieser Darstellungszahl fast alle Musikstücke enthalten sind, wenn sie freilich in erforderlicher Weise transponiert werden.

Denn wer musikalische Werke nach dieser Richtschnur untersuchen will, der muss nicht die untereinander permutierten Modi an sich betrachten, sondern ihr gegenseitiges Verhältnis, das mit dem hier erklärten gegenseitigen Verhältnis der Modi verglichen werden kann.

§. 14. Diese Darstellungszahl $2^k \cdot 3^4 \cdot 5^2$ umfasst aber die sieben folgenden Variationen der Dur- und Moll-Modi in sich:

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	Modus G-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	Modus H-Dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A-Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E-Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	Modus H-Moll

Wer nun betrachtet, welche Menge an Arten und Systemen in diesen Modi enthalten ist, wird nicht nur die reiche Vielfalt in diesem Geschlecht bewundern sondern auch erkennen, dass andere Permutationen von Modi von den Musikern gar nicht verwendet werden, so dass es überflüssig wäre komplexere Darstellungszahlen zu betrachten.

§. 15. Nachdem wir aber verschiedene Modi und Systeme aufgezählt haben die man beim Komponieren eines ganzen Musikstücks verwenden kann, soll erklärt werden, welche Modi am bequemsten untereinander permutiert werden und auf welche Weise der Übergang von einem Modus zu einem anderen geschehen soll. Wie man nämlich bei einem Modus nicht alle ihn bildenden Konsonanzen miteinander vermischen darf sondern nur diejenigen, die verwandt sind und angenehme Folgen bewirken, so muss der Übergang der verschiedenen Modi untereinander in einer Komposition auf ähnliche Weise angenehm sein.

§. 16. Von daher versteht man, dass zwei einander folgende Modi so beschaffen sein müssen, dass sie eine oder mehrere Konsonanzen miteinander gemein haben. Wenn man also zu einer solchen Konsonanz gelangt die beiden Modi gemeinsam ist, dann wird der erste Modus bequem beendet, der zweite aber begonnen werden können, und auf diese Weise wird weder ein nicht vertretbarer Sprung noch eine Lücke bemerkt werden. Außerdem kann auch durch eine eingefügte Pause oder durch die Beendigung eines Hauptteils des Werks ein neuer Modus begonnen werden; dann wird nämlich eingeschätzt, dass die Pause den Platz der gemeinsamen Konsonanz einnimmt.

§. 17. Weil also die in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ enthaltenen harmonischen Dreiklänge von den Musikern am meisten dazu verwendet werden um aus ihrer Folge Musikstücke zu bilden, soll besehen werden welche Modi derartige gemeinsame Konsonanzen besitzen und welche weniger, woraus man erkennt zu welchen Modi von einem gegebenen Modus aus ein Übergang geschehen kann.

Wir werden aber in dieser Untersuchung der Kürze wegen die Potenzen der Zwei sowohl in den Darstellungszahlen als auch in den Indizes vernachlässigen, weil durch sie die Arten lediglich transponiert werden.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$ Modus C-Dur
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(1) : 3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$ Modus G-Dur
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3^3)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$ Modus E-Dur
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(5) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$ Modus H-Dur
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$ Modus A-Moll
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(1) : 3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(5) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$ Modus E-Moll
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$ Modus H-Moll
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3^3) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$

§. 18. Wenn man diese miteinander vergleicht, ist es erstens offensichtlich, dass es einfach ist vom Modus **C-Dur** in den Modus **G-Dur** überzugehen und umgekehrt, weil sie zwei Dreiklänge gemeinsam haben, nämlich **3·5(3)** und **3·5(3²)**;
 zweitens, dass es vom Modus **C-Dur** weder in den Modus **E-Dur** noch in den Modus **H-Dur** einen Übergang gibt und umgekehrt, weil keine gemeinsame Konsonanz vorhanden ist.
 Drittens wird auch der Übergang vom Modus **C-Dur** in den Modus **A-Moll** einfach sein, weil die beiden Konsonanzen **3·5(1)** und **3·5(3)** beiden gemeinsam sind.
 Viertens wird der Übergang vom Modus **C-Dur** zum Modus **E-Moll** gleich einfach sein, weil ihnen auch die zwei Dreiklänge **3·5(3)** und **3·5(3²)** gemeinsam sind.
 Fünftens versteht man, dass der Übergang vom Modus **C-Dur** zum Modus **H-Moll** schwieriger ist, weil sie nur die einzige gemeinsame Konsonanz **3·5(3²)** verbindet.

§. 19. In ähnlicher Weise erkennt man, was den Modus **G-Dur** anbelangt, dass es erstens von ihm weder zum Modus **E-Dur** noch **H-Dur** einen Übergang gibt, da ihnen keine Konsonanz gemeinsam ist.
 Zweitens dass der Übergang vom Modus **G-Dur** zu **A-Moll** schwierig ist, da die einzige Konsonanz **3·5(3)** beiden gemeinsam ist.
 Und drittens wird der Übergang vom Modus **G-Dur** nach **E-** und **H-Moll** einfach vonstatten gehen, wegen der zwei Konsonanzen die beiden gemeinsam sind.
 Der Modus **E-Dur** weiters hat einen einfachen Übergang zum Modus **H-Dur**, in gleicher Weise auch zu den Modi **A-** und **E-Moll**, weil überall zwei Konsonanzen gemeinsam sind;
 schwierig aber wird der Übergang vom Modus **E-Dur** zum Modus **H-Moll** sein wegen der nur einen einzigen gemeinsamen Konsonanz.

§. 20. Vom Modus **H-Dur** aber ist der Übergang zum Modus **A-Moll** ziemlich schwierig, einerseits wegen der nur einen einzigen gemeinsamen Konsonanz, andererseits wegen der allzu unterschiedlichen Systeme, deren Theorie bald ausführlicher dargelegt werden wird.
 Aber zu den Modi **E-** und **H-Moll** wird vom Modus **H-Dur** einfacher übergegangen werden, wegen zweier gemeinsamer Konsonanzen.
 Weiters ist der Übergang vom Modus **A-Moll** zu **E-Moll** einfach, keinen aber gibt es zum Modus **H-Moll**.
 Einfach wird schließlich der Übergang vom Modus **E-Moll** nach **H-Moll** erhalten.
 Das alles aber wird auf einen Blick in folgender Tabelle dargestellt.

	C-Dur	G-Dur	E-Dur	H-Dur	A-Moll	E-Moll	H-Moll
C-Dur	-----	einfach	kein	kein	einfach	einfach	schwierig
G-Dur	einfach	-----	kein	kein	schwierig	einfach	einfach
E-Dur	kein	kein	-----	einfach	einfach	einfach	schwierig
H-Dur	kein	kein	einfach	-----	schwierig	einfach	einfach
A-Moll	einfach	schwierig	einfach	schwierig	-----	einfach	kein
E-Moll	einfach	einfach	einfach	einfach	einfach	-----	einfach
H-Moll	schwierig	einfach	schwierig	einfach	kein	einfach	-----

Es ist also ersichtlich, dass ein Übergang aus dem Modus **E-Moll** in alle übrigen Modi einfach ist.

§. 21. Daraus aber versteht man lediglich, wie viele Variationen von Konsonanzen desselben Geschlechts je zwei Modi gemeinsam haben, woher freilich genügend sicher ein Urteil über den Übergang von einem Modus in einen anderen gebildet werden kann.

Wenn es aber geschieht, dass zwei Modi, obwohl sie gemeinsame Gattungen von Konsonanzen besitzen, gemeinsame Arten nicht zulassen, dann wird das obige Urteil an Aussagekraft verlieren müssen.

Deswegen sind nicht nur die Modi im Allgemeinen, wie wir es hier getan haben, sondern auch ihre Arten und Systeme in Betracht zu ziehen, damit klar wird ob in ihnen dieselben Konsonanzen Platz haben.

Wenn das geschehen ist, kann man endlich schließen, welche Übergänge zugelassen werden und auf welche Art.

§. 22. Wer sich entschließt, all das mit der Kompositionsmethode der heutigen Musiker und mit ihren Werken zu vergleichen, wird umso größere Übereinstimmung finden je mehr an Eifer er für den Vergleich aufwendet.

Deswegen zweifle ich nicht, dass diese unsere Abhandlung über die Musik erfahrenen Künstlern Gelegenheit bieten wird, diese Wissenschaft mit Hilfe einer bis jetzt nicht bekannten wahren Theorie zu einem höheren Grad der Vollkommenheit zu erheben.

Ende