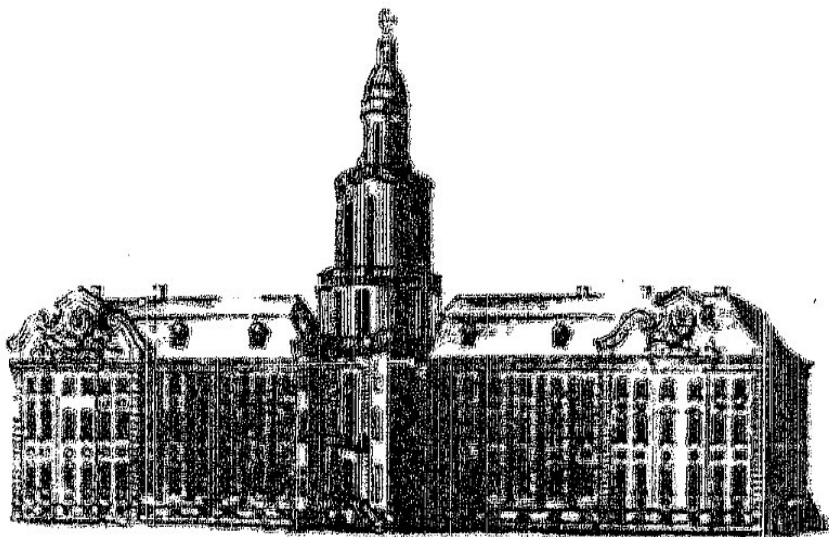


Versuch einer neuen Musiktheorie

klar dargelegt nach gesicherten Grundlagen der Harmonie
von **Leonhard Euler**



Petropolis (Санкт-Петербург), Druckerei der Akademie der Wissenschaften
MMDCCXXXIX.

Übersetzung aus dem Lateinischen: ©Lukas Thenius 2025

Vorwort

Dass die Ursachen, derentwegen Musik dem Gehör angenehm erscheint und die Herzen mit Genuss erfüllt, weder im Gutdünken der Menschen grundgelegt sind noch von der Gewohnheit abhängen erkannte man ziemlich klar schon in frühester Zeit, als man begann Musik zu vervollkommen.

Pythagoras nämlich, der als erster die Fundamente der Musik errichtete, bemerkte schon, dass die Grundlage der Zusammenklänge durch die unsere Ohren erfreut werden können in gut erfassbaren Proportionen liege, auch wenn er selbst sich noch nicht darüber im Klaren war nach welchen Regeln diese Verhältnisse vom Gehör wahrgenommen werden.

Da er aber die wahren Grundlagen der Harmonie nicht deutlich genug betrachtet hatte, maß er seinen Proportionen allzu große Bedeutung zu und konnte ihnen auch nicht die gebührenden Grenzen zuweisen.

Daher wurde er von Aristoxenos zu Recht kritisiert. Dieser aber wich, um die Lehre des Pythagoras zu überwinden, auf die gegenteilige Seite zu stark aus indem er alle Kraft der Zahlen und Verhältnisse aus der Musik zu nehmen versuchte.

Dennoch wagte auch der eben erwähnte Aristoxenos nicht zu behaupten, dass eine gut komponierte Melodie den Ohren zufällig und ohne irgendeine Begründung gefalle. Doch bestritt er dass der Grund für den Genuss nur in den von Pythagoras festgesetzten Proportionen liege.

Aber indem er meinte, dass man das gesamte Urteil über die Zusammenklänge den Ohren überlasse müsse, wollte er die Grundlage selbst lieber ignorieren als die unzureichende und mit vielen Fehlern verunklarte Lehre des Pythagoras anzuerkennen.

Ob es aber in der heutigen Zeit überhaupt irgendeine Musiktheorie gibt, durch die erklärt werden kann warum irgendeine Melodie gefällt oder missfällt, scheint freilich mit viel größerem Recht zu bezweifeln sein.

Denn nicht nur verabscheuen wir die Musik von Angehörigen fremder Kulturen die ihnen selbst üblicherweise wunderbar gefällt, sondern auch sie finden ihrerseits in unserer Musik überhaupt nichts an Annehmlichkeit.

Wenn aber jemand daraus ableiten wollte, dass es gar keine Begründung dieser Annehmlichkeit gäbe die wir in der Musik wahrnehmen, dann würde er sicherlich allzu voreilig urteilen. Weil nämlich in der heutigen Zeit die Komposition sehr komplex und aus beinahe unzählbaren Teilen gestaltet ist, darf man weder wegen unseres Gutheißen noch wegen der Abneigung der Fremden ehrlich beurteilen, wie die einzelnen gestaltenden Teile aufmerksam betrachtet und untersucht werden sollen.

Wenn wir also die Untersuchung bei den einfachsten Zusammenklängen („Konsonanzen“) beginnen aus denen alle Musik besteht – das sind Oktav, Quint, Quart, kleine und große Terzen und Sexten – erkennen wir gar keine Uneinigkeit zwischen allen Nationen, weil ja alle Menschen diese Intervalle in einmütigem Konsens für das Gehör als angenehmer empfinden als die Dissonanzen – nämlich Tritonus, Septimen, Sekunden und unzählige andere die erzeugt werden können. Weil dieser Konsens weder unerklärlich ist noch nur der Gewohnheit zugeschrieben werden kann, wird mit Recht der wahre Grund erforscht.

Ziemlich ähnlich ist im Folgenden die Untersuchung zweier oder mehrerer aufeinanderfolgender Konsonanzen, deren Abfolge ohne Beziehung weder gefallen noch missfallen kann.

Denn eine größere Aufmerksamkeit und Fähigkeit wird erfordert um Hörgenuss aus mehreren aufeinanderfolgenden Konsonanzen zu erhalten als aus einzelnen: denn damit einzelne Konsonanzen gefallen, reicht es dass diese erkannt werden und dass die Ordnung wahrgenommen wird die ihnen innewohnt; aber wenn mehrere Konsonanzen in Folge hervorgebracht werden, ist zum Gefallen darüber hinaus notwendig, dass auch die Ordnung verstanden wird die in der Folge an sich enthalten ist.

Wenn also die Vielfalt der Dinge, denen eine feste Ordnung innewohnt, sosehr vergrößert wird dass alles was die Ordnung herstellt nur von den schärfsten Ohren wahrgenommen werden kann, ist es nicht verwunderlich wenn stumpfere Ohren beinahe keinen Wohlklang finden.

Wenn also die Angehörigen fremder Kulturen aus unserer Musik kaum etwas oder nichts an Genuss erhalten, so ist der Grund dafür am wenigsten darin zu suchen, dass entweder tatsächlich überhaupt kein Wohlklang darin wäre oder uns es lediglich aus Gewohnheit gefalle, sondern eher sollte man danach beurteilen welche vielfältige Ordnung und Annehmlichkeit in unserer Musik enthalten ist, von der nur ein sehr kleiner Teil von den Fremden begriffen wird.

Dennoch ist bei diesem Unterfangen die Gewohnheit äußerst wichtig, freilich nicht um sich selbst davon zu überzeugen dass eine bestimmte musikalische Komposition angenehm sei die anderen unangenehm scheinen möge, sondern um den Hörsinn an sich zu üben und zu schärfen, sodass er Ordnungen wahrnehmen kann von denen solche Musik erfüllt ist.

Für Menschen also die ihre Ohren in dieser Art noch nicht geübt und perfektioniert haben, muss die platteste Musik übrig bleiben, von der wir wegen ihrer höchsten Einfachheit mit Langeweile erfüllt werden, weil wir üblicherweise, gewöhnt an reichere Kompositionen, bei weitem mehr an Ordnung suchen.

Weil also aus diesen erwähnten sowohl richtigen als auch verkehrten Urteilen deutlich folgt, dass es durchaus eine Theorie der Musik gibt, in der aus gesicherten und unzweifelhaften Prinzipien die Ursache erklärt werden kann warum etwas

gefällt bzw. missfällt, habe ich beschlossen, in der vorliegenden Arbeit diese Prinzipien zu untersuchen und mit ihnen eine Theorie der Musik zu bauen. Denn obwohl schon viele diese Arbeit unternommen haben, sind dennoch alle über die Lehre von den Konsonanzen nicht hinausgekommen, und nicht einmal diese haben sie so ausgearbeitet, dass sie in der Musikpraxis nützlich sein könnte. Wie viel aber in diesem Buch geleistet wurde, obwohl wir nicht die gesamte Arbeit vollendet haben, überlassen wir den anderen zur Beurteilung. Doch stimmen die Vorschriften die aus unserer Theorie entsprossen sind mit der am meisten geschätzten Musik so hervorragend überein, dass wir an der Solidität und Wahrheit dieser Theorie überhaupt nicht zweifeln können. In dieser Arbeit haben wir nämlich am ehesten die Aufgabe eines Naturwissenschaftlers unternommen und nach den wahren Ursachen der Dinge geforscht, von denen man in der Musik beobachtet dass sie gefallen oder missfallen. Wenn so also die Theorie mit der Erfahrung übereinstimmt, scheinen wir zurecht die gestellte Aufgabe korrekt bewältigt zu haben.

Zuerst also erachteten wir es für sinnvoll, die Wissenschaft von der Entstehung der Klänge aus ihren Schallquellen zu wiederholen; wir legten sie nicht nur sorgfältiger dar als es bisher geschehen ist, sondern passten davon auch das zum Legen der Fundamente der Musik an, was besonders geeignet war.

Klar nämlich beschrieben wir, aus welcher Vibrationsbewegung der Luftteilchen jeder Klang besteht und auf welche Art und Weise diese Bewegung den Hörsinn anregt sodass sich daraus die Empfindung des Klangs ergibt.

So ist es bekannt, dass das Hören eines einfachen Klangs nichts anderes ist als die Wahrnehmung vieler Pulse die in gleichen Zeitabständen einander folgen, und dass der Unterschied der Tiefe und der Höhe der Klänge in der Frequenz dieser Pulse so grundgelegt ist, dass ein Klang umso höher wahrgenommen wird je mehr Pulse in der gleichen Zeit die Ohren erschüttern.

Darauf untersuchten wir verschiedene Möglichkeiten Töne hervorzubringen, die wir auf drei Arten zurückführten, und bestimmten zuerst die Schnelligkeit der Pulse die ein gegebener Klangkörper an die Luft abgibt. Daraus konnten wir die Anzahl der Pulse definieren, die jeder Klang der in der Musik wahrgenommen wird im Zeitraum einer Sekunde erzeugt.

Zusätzlich stellten wir in dieser Abhandlung eine ganz neue Theorie für Klänge dar, die geblasene Flöten und Pfeifen erzeugen. Die Übereinstimmung dieser Theorie mit der Erfahrung ist so groß, dass sie notwendigerweise für wahr gehalten zu werden scheint.

Außerdem untersuchten wir auch die Kraft und Heftigkeit der Klänge sorgfältig, und wir eröffneten eine Möglichkeit, die einzelnen Musikinstrumente so zu fertigen,

dass alle Klänge – wie auch immer verschieden im Verhältnis der Tonhöhe – dennoch gleich stark erzeugt werden, woraus sich einige Hilfe für die Anfertigung von Musikinstrumenten zu ergeben scheint.

Auf ein zweifaches Fundament stützt sich aber die Musiktheorie:

Eines besteht in der genauen Kenntnis der Klänge. Es gehört wesentlich zur Naturwissenschaft und ist im ersten Kapitel mehr als ausreichend erklärt.

Das zweite Prinzip aber muss eher aus der Metaphysik gesucht werden; denn dadurch kann man definieren, wodurch es geschieht dass mehrere Töne sowohl zugleich als auch in einer Folge gefallen oder missfallen; diese Fragestellung lösten wir, geleitet sowohl durch Rechnung als auch durch Versuche, so auf, dass wir folgende These aufstellten:

Zwei oder mehrere Klänge gefallen dann, wenn die Beziehung wahrgenommen wird, welche die Anzahlen der zur gleichen Zeit erzeugten Schwingungen zueinander haben.

Demgegenüber besteht das Missfallen darin, dass entweder keine Ordnung wahrgenommen wird oder dass eine die scheint da sein zu müssen plötzlich zerstört wird.

Hierauf beschrieben wir, auf welche Weise die Ordnung der Klänge deutlich wahrgenommen wird, die im Verhältnis der zugleich oder in gleichmäßigen Zeitabständen hervorgebrachten Schwingungen enthalten ist; daraus konnten wir dann folgern dass die einen Verhältnisse in der Erfassung einfacher, die anderen schwieriger sind.

Und als wir nach dem Grund für diesen Unterschied forschten, führten wir die Möglichkeit der Wahrnehmung auf „Grade“ (*gradus*) zurück; diese sind nicht nur in der Musik von größter Bedeutung, sondern können auch in anderen Disziplinen und Künsten, bei denen Schönheit dargestellt ist, ungeheuren Nutzen bringen. Diese Grade aber sind nach der Einfachheit der wahrzunehmenden Verhältnisse angeordnet, und dem gleichen Grad sind alle Verhältnisse zugeordnet die mit der gleichen Möglichkeit wahrgenommen werden können:

So trägt zum ersten Grad als einziges das einfachste Verhältnis der Gleichheit bei, das sogleich am einfachsten erkannt wird, wo auch immer es auftritt; und dieses bilden zwei gleiche Klänge.

Diesem schließt sich der zweite Grad an, zu dem man in gleicher Weise nicht mehr als ein Verhältnis zuordnen kann, nämlich das Doppelte. Dieses nämlich wird leichter wahrgenommen als alle anderen ausgenommen der Gleichheit und umfasst bei den Klängen das Intervall, das Diapason oder Oktav genannt wird.

Zum dritten Grad aber scheinen zwei Verhältnisse zu führen, nämlich das Dreifache und das Vierfache, weil diese zwei Verhältnisse mit gleicher Möglichkeit wahrgenommen werden.

Und auf diese Art versahen wir die übrigen Grade mit einer Ordnung, indem wir jedem die gleich einfachen Verhältnisse zuordneten.

Wir nennen diese aber „Grade der Annehmlichkeit“ (*gradus suavitatis*), weil man aus ihnen erkennt eine wie große Annehmlichkeit jede Konsonanz in sich besitzt, d.h. weil ebenda folgt eine wie große Fähigkeit erfordert wird um sie wahrzunehmen; von daher kann man erkennen, um wieviel die einen Verhältnisse einfacher als die anderen wahrgenommen werden können, wo immer sie auftreten. Es wird außerdem anschaulich werden, dass dieser Unterschied der Verhältnisse nicht in den Benennungen begründet ist die ihnen in der Antike gegeben wurden, noch dass, wie es den Pythagoräern schien, multiplikative Verhältnisse einfacher als überteilige Brüche und auch nicht dass diese leichter als übermehnteilige Brüche wahrgenommen werden können; sondern dass das Kriterium aus einer bei weitem anderen Quelle gesucht werden muss, aus der eine bei weitem solidere und der Erfahrung am meisten entsprechende Erkenntnis und Beurteilung der Konsonanzen entsteht.

Und auf diesen zwei Prinzipien, dem physikalischen einerseits und dem metaphysischen andererseits, haben wir die gesamte Theorie der Musik errichtet.

Was die Ausführung der Arbeit an sich betrifft, ist zuallererst zu bemerken, dass die Musik vor allem aus zwei Bestandteilen gebildet wird durch die für sie Anmut und Feinheit gewonnen wird: der eine von ihnen beruht auf dem Unterschied zwischen Tiefe und Höhe der Töne, der andere besteht in der Dauer der Töne.

Die gegenwärtige Musik ist für gewöhnlich auf beide Arten der Annehmlichkeit gegründet; zunächst wollen wir aber noch Beispiele betrachten, in denen nur eine der beiden Arten Anmut bewirkt.

Wir haben beschlossen, in dieser Arbeit aber besonders diese Annehmlichkeit darzulegen die aus dem Unterschied der Töne im Verhältnis der Tiefe und der Höhe entsteht; weil die zweite Art in der Behandlung weniger schwierig ist, und weil sie nach Erklärung der ersten leicht zustande gebracht werden kann.

Denn so wie in der Unterscheidung der Tiefe und der Höhe keine anderen Proportionen bisher Platz finden als solche die aus den Zahlen **2**, **3** und **5** gebildet werden, so schöpften die Musiker bei der Unterscheidung der Dauer nicht einmal diese ganz aus, sondern sie zogen allen Wohlklang dieser Art nur aus den Zahlen **2** und **3**, und das Gehör kann auch in dieser Art nicht so komplexe Verhältnisse begreifen wie in der anderen.

Also begannen wir die Erörterung der Komposition von Musik in Hinblick auf den Unterschied zwischen tiefen und hohen Tönen mit den „Konsonanzen“, das heißt mit mehreren Tönen die zugleich erklingen.

Dort wurden alle Konsonanzen, die in der Musik auftreten können, nicht nur aufgezählt sondern auch nach den Arten der Annehmlichkeit eingeteilt, aus denen sofort beurteilt werden kann um wie viel die einen Konsonanzen leichter als andere wahrgenommen werden können.

Daraufhin gingen wir zur Folge zweier Konsonanzen weiter, und wir zeigten, wie zwei Konsonanzen beschaffen sein müssen dass die gesamte Abfolge dem Gehör angenehm dargebracht wird.

Dann aber dehnten wir dieses Unterfangen auf eine Reihe mehrerer Konsonanzen aus; und weiter zu beliebigen Musikstücken, wenn die Dauer der Klänge nicht berücksichtigt wird.

Die Beurteilung dieser einzelnen Sachverhalte aber führten wir auf „Darstellungszahlen“ (*numeri exponentes*) zurück, in denen die gesamte Kraft und Natur sowohl von einzelnen Konsonanzen als auch von deren zwei oder mehreren in Folge enthalten ist.

Daraus entstanden zuerst die *exponentes* der einfachen Konsonanzen, dann die *exponentes* der Folge zweier Konsonanzen und drittens die *exponentes* von Reihen mehrerer Konsonanzen die einander folgen, und durch diese drei Sachverhalte wird die gesamte Musik in der geplanten Weise analysiert.

Von da wurden wir zu verschiedenen Gattungen von musikalischen Kompositionen weitergeführt, und zuerst eröffnete sich freilich die Lehre von den „Tongeschlechtern“ (*genera musica*); so wurde das Tongeschlecht definiert, dass es eine Verbindung von mehreren Klängen sei die geeignet sind Harmonie zu erzeugen; ihre Behandlung führten wir in gleicher Weise auf die Betrachtung der Darstellungszahlen zurück.

Wir zählten infolgedessen alle Tongeschlechter auf, beginnend mit den einfachsten bis zu den komplexesten die freilich das Gehör noch bewältigen kann.

Und in dieser Aufzählung gelangten wir bald zu den Tongeschlechtern die sowohl in den ältesten als auch in den jüngeren Zeiten verwendet wurden, das sind nämlich das einfachste Geschlecht des Merkur, sowie das „diatonische“, das „chromatische“ und das „enharmonische“ der Antike. Von diesen stimmen die ersten zwei ganz offensichtlich sehr gut mit denen überein die uns die Harmonielehre geliefert hat; und die Ähnlichkeit der übrigen, nämlich des chromatischen und des enharmonischen, kann man einigermaßen erkennen.

Da nämlich die Menschen der Antike teilweise nur durch ihr Gehör und teilweise durch ungeordnete Überlegung dorthin durchgedrungen sind, ist es nicht verwunderlich wenn sie nur Abbilder der wahren Harmonie erlangt haben; es ist jedoch offensichtlich, dass sie dennoch schon selbst den Mangel dieser ihrer

Geschlechter erkannt haben. Auch waren sie schon lange mit dem diatonischen Geschlecht beschäftigt bevor man es als übereinstimmend mit der wahren Harmonie erkannte, weil es ja schließlich auf das von Ptolemäus angenommene zu beziehen war.

Unser achtzehntes Geschlecht endlich passt wunderbar zusammen mit dem, das heutzutage am meisten in Verwendung ist und das „diatonisch-chromatische“ genannt wird: Es enthält nämlich in einer Oktav zwölf Töne, die in ungefähr gleichen Abständen von einander entfernt sind, nämlich in Hemitonia und Limmata, entweder großen oder kleinen.

Obwohl aber dieses Geschlecht schon längst in Verwendung genommen wurde, brachten Musiker immer wieder neue Korrekturen an durch die es dem Gehör angenehmer gemacht werden sollte. Diese Aufgabe gelang ihnen selbst so erfolgreich, dass diejenige Verteilung der Klänge, die nun gerade von den Musikern am meisten geschätzt wird, nur durch den Ton mit Namen **B** von der wahren Harmonie abweicht, eine Übereinstimmung die nur durch das Gehör zu erzielen kaum erhofft werden hätte können.

Dieses diatonisch-chromatische Tongeschlecht also, das mit den wahren Prinzipien der Harmonie auf das Vollendetste verbunden ist, untersuchten wir ausgedehnter, und wir erklärten an wie verschiedene Arten des Komponierens es angepasst werden kann. Wir stellten aber auch einige komplexere Geschlechter dar, damit klar wird welcher Erweiterung die Musik außerdem fähig ist.

Dann – wieder zurück beim diatonisch-chromatischen Geschlecht – zählten wir alle Konsonanzen auf die in diesem Geschlecht ihren Platz finden können und beurteilten, nach welcher Regel jede am wohlklingendsten wiederzugeben ist. Daraufhin untersuchten wir die Lehre von den musikalischen Modi genauer als es bisher geschehen ist und unterteilten die einzelnen Modi in ihre Arten und Systeme, wodurch für die musikalische Komposition nicht wenig an Klarheit dazukommen scheint.

Alle diese gleichwohl nur ersten Fundamente legen wir, damit über sie eine gesamte Theorie der Musik errichtet werden kann, und die weitere Entwicklung und Anpassung an die Praxis vertrauen wir den Musikexperten an, wobei wir kaum zweifeln, dass sowohl die theoretische als auch die praktische Musik aus diesen Prinzipien schließlich zum höchsten Giebel der Vollendung geführt werden kann.

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL I	Klang und Gehör	1
KAPITEL II	Annehmlichkeit und Prinzipien der Harmonie	19
KAPITEL III	Musik im Allgemeinen	33
KAPITEL IV	Konsonanzen	43
KAPITEL V	Folgen von Konsonanzen	59
KAPITEL VI	Reihen von Konsonanzen	71
KAPITEL VII	Gebräuchliche Bezeichnungen verschiedener Intervalle	81
KAPITEL VIII	Tongeschlechter	89
KAPITEL IX	Diatonisch-chromatisches Geschlecht	107
KAPITEL X	Andere komplexere Tongeschlechter	123
KAPITEL XI	Konsonanzen im diatonisch-chromatischen Geschlecht	137
KAPITEL XII	Modi und Systeme im diatonisch-chromatischen Geschlecht	149
KAPITEL XIII	Verfahren der Komposition in einem gegebenem Modus und einem gegebenem System	165
KAPITEL XIV	Permutation von Modi und Systemen	203

Klang und Gehör

§. 1. Da wir uns vorgenommen haben, die Musik nach Art und Weise der philosophischen Disziplinen zu behandeln, in denen nur das vorzubringen erlaubt ist dessen Erkenntnis und Wahrheit aus Vorangegangenen erklärt werden kann, soll zuallererst die Lehre von den Tönen und vom Gehör dargelegt werden. Erstere bestimmen die Materie in der sich die Musik bewegt, letzteres aber erfasst ihren Gipfel und Zweck, der das Vergnügen für die Ohren ist.

Denn die Musik lehrt, verschiedene Klänge so hervorzubringen und kundig zu verbinden dass sie mit anmutiger Harmonie den Hörsinn angenehm anregen.

Was daher unser Vorhaben die Klänge zu erklären erfordert, ist deren Natur, Produktion und Vielfalt; dafür sind ausreichende Kenntnisse aus Physik und Mathematik erforderlich.

Wenn man mit diesen aber daraufhin die besonderen Organe des Gehörs betrachtet, werden wir die Art und Weise des Hörens und die Wahrnehmung der Klänge verstehen. Wie großen Nutzen das aber bringen wird um die Fundamente der Musik zu festigen und zu stärken, wird jedem daraus ersichtlich sein, dass die Annehmlichkeit der Klänge von der Art und Weise der Wahrnehmung abhängt und aus ihr erklärt werden soll.

§. 2. Alle, die in dieser Sache wenigstens Glaubhaftes geschrieben haben, meinen, dass der Klang in der Luft angesiedelt und dass diese gleichsam sein Vehikel sei durch das er von seiner Quelle überall hin transportiert werde. Und es kann sich auch gar nicht anders verhalten, da nichts außer Luft existiert, was unsere Ohren umgibt und in ihnen Veränderungen hervorrufen kann.

Denn obwohl eingewendet wird dass die Art und Weise des Hörens vielleicht ebenso beschaffen sei wie das Riechen und das Sehen, Sinne die nicht durch die Luft sondern durch echte aus Objekten ausgesendete Ströme angeregt werden, kann man aber mit Hilfe einer Luftpumpe zeigen: Wenn ein Klanginstrument an einem luftleeren Platz aufgestellt wird sodass es mit der Luft überhaupt keine Verbindung hat, kann überhaupt kein Klang wahrgenommen werden auch wenn man nahe herangeht. Sobald aber der Eintritt der Luft wieder zugelassen wird, hört man den Klang wieder.

Daraus folgt, dass die Luft und ihre Veränderung, die ein klangerzeugendes Instrument in ihr hervorruft, die wahre und naheliegendste Grundlage für den Klang ist.

§. 3. Damit aber klar wird, was diese Veränderung und Abwandlung ist die den Hörsinn erregt, wird es sinnvoll sein, einen Spezialfall zu erörtern bei dem Klang erzeugt wird, und die Auswirkungen zu untersuchen die in der Luft durch ihn entstanden sind.

Deswegen wollen wir unsere Aufmerksamkeit zu einer gespannten Saite richten, die, wenn sie angeschlagen wird, einen Ton von sich gibt.

Und durch das Anschlagen wird in der Saite nichts anderes bewirkt als eine Schwingungsbewegung, durch sie zwischen ihren Enden einmal hierher einmal dorthin aus der Ruhelage sehr schnell hin und her wandert. Bei dickeren Saiten kann diese Bewegung sogar mit den Augen leicht wahrgenommen werden, bei dünneren ist aber auch nicht zu bezweifeln dass sie vorhanden ist, auch wenn sie nicht gesehen werden kann. Wer außerdem mit der Hand eine tönende Glocke berührt, wird spüren, dass sie als ganze erzittert.

Schließlich aber zeigt sich bald aus den Gesetzen der Mechanik, dass sowohl die Saite als auch die Glocke durch den Anschlag nichts anderes als eine Schwingungsbewegung erhalten können, und deswegen wird festgestellt werden müssen, dass die Art und Weise des Klangs einzig in der Schwingungsbewegung zu suchen sei.

§. 4. Weil also die Veränderung der Luft, die der schwingende Körper in ihr erzeugt, die Empfindung des Klangs unmittelbar bewirkt und erregt, ist zu untersuchen auf welche Weise die Luft von einem schwingenden Körper beeinflusst wird.

Wir sehen aber, dass die Schwingbewegung in einer Wiederholung aufeinanderfolgender Vibrationen besteht. Durch diese einzelnen Vibrationen wird die Luft, die den schwingenden Körper umgibt, erschüttert und nimmt gleichartige Vibrationen auf, die sie in gleicher Weise an weiter entfernte Luftteilchen überträgt. Also werden auf diese Art und Weise Stöße und Vibrationen in der gesamten umgebenden Luft hervorgerufen; und diese Übertragung der Stöße an die Luft verbreitet sich durch jede beliebige Vibration eines schwingenden Körpers. Daran erkennt man, dass die einzelnen Luftteilchen mit einer gleichartigen Vibrationsbewegung erzittern wie der Körper selbst; nur mit diesem Unterschied, dass die Stöße umso kleiner und schwächer werden, je weiter sie von der Quelle entfernt sind, bis schließlich in genügend großer Distanz nichts mehr wahrgenommen werden kann.

§. 5. Daran erkennt man, dass nichts außer den durch die Luft verbreiteten Stößen von einem klingenden Körper zu den Ohren übertragen wird. Daher erzeugen notwendigerweise diese Stöße selbst, die in der Luft erregt wurden und zum Hörorgan strömen, die Empfindung des Klangs.

Auf folgende Weise wird jedoch die Empfindung ausgelöst: In der inneren Höhle des Ohres gibt es eine gespannte Membran, die wegen ihrer Ähnlichkeit „Trommelfell“ genannt wird, welche die Stöße der Luft aufnimmt und sie weiter an die Hörnerven leitet; dadurch geschieht es, dass ein Klang wahrgenommen wird solange die Nerven erregt werden.

Der Klang ist also nichts anderes als die Wahrnehmung der aufeinanderfolgenden Stöße, die in den Luftteilchen geschehen die sich um das Hörorgan befinden: Wenn also irgendeine Sache solche Stöße in der Luft erzeugen kann, ist sie auch geeignet, Klang hervorzubringen.

§. 6. Die Ausbreitung des Klangs geschieht nicht plötzlich, sondern er braucht eine bestimmte Zeit um eine gegebene Strecke zurückzulegen. Die Bewegung aber, mit der er sich ausbreitet, ist gleichmäßig und hängt weder von seiner Stärke noch von seiner Beschaffenheit ab. Jeder Klang legt aber, wie es sowohl nach den Experimenten scheint und man auch durch theoretische Berechnung der Luft und aus der Natur der Stöße ableiten kann, in einer Sekunde die Strecke von **1100** rheinischen Fuß, in zwei Sekunden **2200**, in drei **3300**, etc. zurück.

Diese Trägheit des Klangs beobachten wir täglich; von einem weiter entfernten Geschütz nehmen wir den Knall einige Zeit nach dem Mündungsfeuer wahr, obwohl wir aber beides gleichzeitig wahrnehmen wenn wir näher stehen. Aus ähnlichem Grund hören wir auch den Donner nach dem Blitz, und an manchen Orten folgen die Wiederholungen der Stimmen, die Echo genannt werden, dem Ruf selbst erst später.

§. 7. Was auch immer daher die kleinsten Luftteilchen so in Bewegung versetzen kann dass sie eine derartige Schwingbewegung erhalten, das wird auch einen Klang erzeugen. Um das aber zu erreichen sind nicht nur feste Körper geeignet, sondern man kann außerdem noch zwei andere Möglichkeiten der Klangerzeugung finden; und daraus ergeben sich, wenn man die Ursachen betrachtet, drei Arten von Klängen.

Die erste ist die von Klängen die durch einen schwingenden Körper entstehen, wie bei Saiten und bei Glocken.

Die zweite Art umfasst die Klänge, die von stark komprimierter und plötzlich sich wieder ausdehnender Luft erzeugt werden wie von Gewehren, Geschützen, vom Donner oder von einer Peitsche die in der Luft sehr schnell geschlagen wird.

Zur dritten gehören die Klänge von Instrumenten, die ertönen wenn sie geblasen werden, wie Flöten, Pfeifen etc.

Dass die Ursache ihrer Klänge nicht von der Schwingbewegung des Materials abhängt, aus dem die Flöten bestehen, wird weiter unten erklärt werden.

§. 8. Von der ersten Art kann man vor allem gespannte Saiten betrachten, gefertigt aus Metall oder Tierdärmen, die entweder durch Anschlagen oder durch Streichen bewegt werden um einen Klang von sich zu geben. Geschlagen oder gezupft werden sie auch bei Clavicembali, Lauten und anderen Instrumenten dieser Art; gestrichen aber werden sie in Leiern und Violinen mit Hilfe von gespannten Pferdehaaren, denen durch Kolophonium Rauheit verliehen ist. Durch beide Arten geraten die Saiten in Schwingung; durch die erste nämlich werden sie aus ihrer Ruheposition weggezogen, dadurch versuchen sie sich wieder in ihre ursprüngliche Position zu begeben, und tatsächlich schwingen sie in beschleunigter Bewegung in sie zurück. Aber sie können die gewaltige Geschwindigkeit, die sie erhalten haben, nicht plötzlich verlieren wenn sie dorthin gelangt sind, und können daher nicht ruhig in dieser Lage bleiben. Deswegen müssen sie darüber hinaus schwingen und auf ähnliche Art wieder dorthin zurückkehren; und diese Oszillationen dauern an, bis sie wegen der Reibung ganz verschwinden.

§. 9. Wie viele solche Oszillationen eine Saite, angeschlagen oder auf welche Art auch immer in Schwingung versetzt, in einer gegebenen Zeitspanne vollendet, kann aus den Gesetzen der Bewegung durch Berechnung bestimmt werden, wenn man die Länge der Saite und ihr Gewicht und die spannende Kraft berücksichtigt. Aber die Länge und das Gewicht soll nicht von der gesamten Saite genommen werden, sondern nur von dem Teil, der Schwingungen ausführt und einen Klang von sich gibt und der für gewöhnlich von der unberührten Saite durch zwei Gelenke getrennt ist. Durch diese freilich wird erreicht, dass nicht die ganze Saite Schwingungen ausführt, sondern nur der gewünschte Teil. Um aber die spannende Kraft zu erkennen, hilft es ungemein, das eine Ende der Saite zu fixieren und am anderen ein Gewicht anzubringen das den Ort der spannenden Kraft bewahrt. Wenn dann die Länge der schwingenden Saite **a** Tausendstel rheinische Fuß ist und sich das angehängte Gewicht zum Gewicht der Saite wie **n** zu **1** verhält, wird die Anzahl der Oszillationen die die Saite in einer Sekunde ausführt

$$\frac{113}{355} \cdot \sqrt{\frac{3166 \cdot n}{a}} \text{ sein,}$$

dabei bezeichnet **113:355** das Verhältnis des Durchmessers zum Umfang des Kreises ($\approx 1/\pi$), **3166** Skrupel bestimmen die Länge eines Pendels das in einzelnen Sekunden oszilliert.

§. 10. Diese Oszillationen sind isochron solange sie dauern, d.h. alle geschehen in gleichen Zeitabständen; und auch ihre Größe stört diese Regel nicht,

wenn nicht zufällig, wenn die Saite allzu stark angeschlagen wird, deswegen die Schwingungen zu Beginn schneller sind.

Das Verhalten der Saiten ist dasselbe wie das der Pendel, deren Oszillationen, wenn nur genügend klein, alle gleichmäßig sind.

Um die Regel, die ich im vorigen Paragraphen aufgestellt habe, durch ein Beispiel zu illustrieren, habe ich eine Saite mit der Länge von **1510** Tausendstel rheinischen Fuß genommen, die **6½** Gran wog, mit einem spannenden Gewicht von **6** Pfund, also **46080** Gran.

Wenn man das mit dem vorigen Paragraphen vergleicht, wird **a = 1510** und **n = 46080 : 6½ = 7432**, weshalb die Zahl der pro Sekunde erzeugten Schwingungen

$$\frac{113}{355} \cdot \sqrt{\frac{3166 \cdot 7432}{1510}} \text{ sein wird, d.h. } 392.$$

Ich nahm aber wahr, dass mit diesem Ton am Instrument die mit **a** bezeichnete Taste übereinstimmt.

§. 11. Wenn man mehrere gespannte Saiten betrachtet, kann das Verhältnis das ihre Schwingungen untereinander haben leicht bestimmt werden, die Anzahl der Schwingungen in jeder beliebigen Saite in einer vorgegebenen Zeit verhält sich nämlich wie $\sqrt{\frac{n}{a}}$

d.h. **wie die Quadratwurzel aus dem spannenden Gewicht dividiert durch das Gewicht der Saite und durch deren Länge.**

Wenn die Saiten also dieselben Längen haben, werden die Anzahlen der Schwingungen, die in der gleichen Zeit geschehen, sich verhalten **wie die Quadratwurzeln aus den spannenden Gewichten dividiert durch die Gewichte des Saiten.**

Wenn die Saiten sowohl der Länge als auch dem Gewicht nach gleich sind, werden sich die Anzahlen der Schwingungen verhalten

wie die Quadratwurzeln aus den spannenden Gewichten.

Und wenn die spannenden Gewichte gleich sind und sich nur die Saiten selbst in der Länge unterscheiden, werden die Anzahlen der Schwingungen sich

reziprok zu den Quadratwurzeln der Längen multipliziert mit dem Gewicht verhalten, d.h. **reziprok zu den Längen der Saiten**, da die Gewichte den Längen proportional sind.

§. 12. Von der Langsamkeit und der Schnelligkeit der Schwingungen hängt die Unterscheidung der Klänge in tiefe („schwere“) und hohe („scharfe“) ab, und wir sagen, dass ein Klang umso tiefer ist je weniger Schwingungen in derselben Zeit das Hörorgan treffen; und umso höher je mehr derartige Schwingungen in derselben Zeit wahrgenommen werden.

Die Richtigkeit dessen ergibt sich aus Versuchen; wenn nämlich an dieselbe Saite sukzessive verschiedene Gewichte angehängt werden, nehmen wir die Klänge, die dadurch erzeugt werden, als höher wahr wenn größere Gewichte angehängt sind; und tiefer werden sie sein je kleiner die Gewichte sind; sicher aber ist es nach dem Vorhergehenden, dass größere Gewichte schnellere Schwingungen erzeugen. Weil daher in der Musik besonders der Unterschied zwischen Tiefe und Höhe der Töne betrachtet wird, werden wir die **Töne** selbst nach der **Anzahl der in einer bestimmten Zeit hervorgebrachten Schwingungen** messen, beziehungsweise die Töne wie Größen betrachten, deren Maße die Anzahlen der in einer festgesetzten Zeit hervorgebrachten Schwingungen bestimmen.

§. 13. Wie wir aber mit unseren Sinnen weder zu große noch zu kleine Dinge erfassen können, so wird auch bei den Klängen ein gewisses Mittelmaß erfordert; denn alle erfassbaren Klänge werden innerhalb bestimmter Grenzen liegen und könnten, wenn diese überschritten werden, wegen der zu großen Tiefe oder Höhe den Hörsinn nicht genug stark erregen. Diese Grenzen können einigermaßen bestimmt werden, weil ermittelt wurde, dass der Ton **a** **392** Schwingungen pro Sekunde vollführt, der mit dem Buchstaben **C** bezeichnete Ton indessen **118**, und der Ton **c̄** **1880**. Wenn wir nun annehmen, dass Töne, die noch um zwei Oktaven höher oder tiefer sind, kaum mehr wahrgenommen werden können, erhalten wir, dass die äußersten wahrnehmbaren Töne mit den Zahlen **30** und **7520** ausgedrückt werden; dieses Intervall ist genügend weit und lässt eine gewaltige Variation an Tönen zu, weil es acht als Oktav bezeichnete Intervalle umfasst.

§. 14. Nach der Unterscheidung von tiefen und hohen Tönen ist ihre Stärke und Schwäche zu bedenken. Aber die Stärke desselben Klangs ist je nach Ort des Hörers verschieden. Je weiter nämlich der Hörer von der angeschlagenen Saite entfernt ist, einen umso schwächeren Klang nimmt er wahr, weil die Fortpflanzung der Stöße durch die Luft wie die des Lichts immer matter wird. Die Erklärung dieser Verringerung ist, dass der Klang sich in größeren Entfernungen auch in einen größeren Raum verteilt; offenbar ist in der doppelten Entfernung der Raum, in dem er wahrnehmbar ist, viermal größer als in der einfachen; weil die Ansammlung aller Stöße auch dort gleich groß ist, folgt deshalb dass der Klang in der doppelten Entfernung viermal schwächer ist. Auf gleiche Weise muss er in der dreifachen Entfernung neunmal schwächer sein, und so weiter, sodass die Stärke des Klangs mit dem Quadrat der Entfernung abnehmen muss.

§. 15. Das verhält sich so, wenn der Klang sich überallhin gleichmäßig ausbreitet. Aber wenn die Umstände derart sind, dass der Klang mehr in eine

Richtung als in eine andere getrieben wird, wird er dort auch stärker wahrgenommen als es der Regel nach notwendig wäre. Wenn jemand durch eine Röhre ruft, wird jemand, der sein Ohr an das andere Ende der Röhre hält, den Klang beinahe so stark wahrnehmen wie wenn er ihn direkt aus dem Mund des Rufenden vernommen hätte.

Ähnlich ist die Erklärung bei Hörrohren, durch die der Klang eher in die Region gelenkt wird in die das Rohr zeigt als in eine andere, und deswegen stärker klingt. Denn die Klänge werden wie die Lichtstrahlen an einer glatten und harten Oberfläche reflektiert, und auf diese Art wird die Richtung der „Klangstrahlen“, die man wegen der Ähnlichkeit mit den Lichtstrahlen so nennen kann, geändert, wodurch es geschehen kann, dass mehrere zu demselben Ort zusammengeworfen werden.

§. 16. Weil eine angeschlagene Saite durch jede Schwingung Stöße an die Luft überträgt, wird ihre Bewegung notwendigerweise immer lockerer, der Klang daher schwächer.

Jedenfalls wird das auch bei schwingenden Saiten beobachtet, denn am Anfang ist der Klang am stärksten, dann aber wird er Schritt für Schritt matter, bis er endlich völlig verschwindet; dazwischen bleiben aber die Schwingungen isochron und der Klang behält trotzdem denselben Grad der Tiefe oder der Höhe. Bei derselben Saite hängt diese Klangstärke von der am Anfang anschlagenden Kraft ab: je größer diese ist, einen desto stärkeren Klang erzeugt sie.

Wenn am Anfang aber das Anschlagen zu stark ist und die Ablenkung aus der Ruhelage zu groß, wird ein höherer Ton erzeugt als später; und weil die Oszillationen einen größeren Raum einnehmen, werden an die Luft nicht so regelmäßige Schwingungen weitergegeben; so geschieht es, dass dann weniger angenehme und weniger deutliche Klänge entstehen.

§. 17. Das geschieht besonders dann, wenn die Saite zu schlaff und nicht genug gespannt ist. Dann werden in den Oszillationen größere Abweichungen bewirkt, und es entsteht weder ein gleichmäßiger noch ein angenehmer Klang. Aus diesem Grund ist es zur Erzeugung von angenehmen und gleichmäßigen Klängen erforderlich, dass die Saiten nach Möglichkeit gespannt sind und so große Gewichte angehängt werden, dass sie bloß nicht reißen.

Die Spannkraft von aus demselben Material gefertigten Saiten ist aber der Dicke proportional, daher verhalten sich auch die Gewichte, die die Saiten bis zum Zerreißen spannen, wie die Dicken.

Aber die Dicken der Saiten sind proportional ihren Gewichten geteilt durch ihre Längen, daher müssen die spannenden Gewichte den Gewichten der Saiten direkt und ihren Längen indirekt proportional sein.

Das heißt, wenn man als Gewicht der Saite **q** annimmt, als Länge **a**, und als spannende Kraft **p**, muss sich **p** wie $\frac{q}{a}$ verhalten, oder aber $\frac{ap}{q}$ muss von konstanter Größe sein.

§. 18. Damit aber gleich starke Klänge entstehen, ist es notwendig, außer der Saitenlänge und dem spannenden Gewicht auch die anschlagende Kraft zu beachten.

Zu bedenken ist auch der Ort, an dem die Saite gezupft oder angeschlagen wird; aber wenn wir annehmen, dass alle Saiten in der Mitte, oder, was auf dasselbe herauskommt, an ähnlichen Orten angestoßen werden, wird diese Bedingung in die Berechnung nicht eingehen. Daraus ergibt sich, dass ein umso stärkerer Klang entsteht, je größer die anschlagende Kraft ist. Fast alle Musikinstrumente sind nämlich so gebaut, dass alle Saiten in gleicher Weise erschüttert werden, weshalb wir als anschlagende Kraft immer dieselbe annehmen können.

Schließlich hängt die Kraft des Klangs von der Geschwindigkeit ab, mit der die Luftteilchen infolge einer beliebigen Schwingung der Saite gegen das Ohr stoßen, und diese kann man mit der Geschwindigkeit der Saite am besten abschätzen. Diese Geschwindigkeit ist aber proportional der Quadratwurzel aus dem die Saite spannenden Gewicht dividiert durch die Saitenlänge.

Infolgedessen ist es für gleichmäßige Klänge notwendig dass die spannende Kraft sich immer wie die Saitenlänge verhält.

§. 19. Wenn wir also obige Buchstaben **a**, **p** und **q** beibehalten, dann muss

$\frac{p}{a}$ überall von derselben Größe sein.

Vorher freilich haben wir gefunden, dass $\frac{ap}{q}$ konstant sein muss;

wenn wir daher den zweiten Bruch durch den ersten dividieren, muss der sich ergebende Quotient $\frac{aa}{q}$ konstant sein, oder $\frac{q}{a}$ zu **a** bei allen Saiten dasselbe Verhältnis haben.

Aber $\frac{q}{a}$ ist der Dicke der Saite proportional und daher muss die Dicke der Saite der Länge proportional sein, und ähnlich auch derselben Länge das spannende Gewicht.

Der erzeugte Ton selbst verhält sich aber wie $\sqrt{\frac{p}{aq}}$;

wenn man darin **p** und **q** durch Vielfache von **a** und **a**² ersetzt, wird der Ton reziprok proportional zur Länge der Saite sein.

Deswegen müssen sowohl das spannende Gewicht als auch die Länge als auch das Gewicht der Saite reziprok proportional sein dem entstehenden Ton, das heißt der Anzahl der in einer bestimmten Zeit geschehenden Schwingungen. Diese Regel wird bei der Herstellung von Musikinstrumenten außerordentlichen Nutzen haben.

§. 20. Wir haben gesagt, dass der Klang weniger angenehm wird wenn die Saite nicht genügend gespannt ist, deswegen weil die Auslenkungen, die beim Schwingen geschehen, zu weit sind und von ihnen die Luft eher in der Art des Windes bewegt wird als dass sie dazu gebracht wird Schwingungen auszuführen. Denn wenn die Luft nicht plötzlich mit sehr großer Geschwindigkeit erschüttert wird, erhält sie nicht leicht die Schwingbewegung wie sie für einen Klang erforderlich ist; je mehr aber die Saite gespannt ist, eine desto größere Geschwindigkeit hat sie sogleich nach dem Anschlagen. Dazu kommt noch, dass dann – wie schon angemerkt wurde – die weiteren Schwingungen den engeren nicht isochron sind, sodass der Ton Schritt für Schritt tiefer wird und nicht gleich bleibt. Schließlich geschieht es leicht, dass nicht die gesamte Saite zugleich Oszillationen ausführt, sondern dass ein Teil schneller und ein anderer langsamer sowohl zur größten Geschwindigkeit als auch zur Ruhe gelangt, woraus sich ein ungleichmäßiger und rauer Klang ergibt.

§. 21. Außer diesen Verschiedenheiten der Töne wird in der Musik auch auf die Tondauer geachtet.

Bei vielen Musikinstrumenten – wie bei solchen, bei denen Saiten durch Anschlagen oder Zupfen angeregt werden – kann man die Klänge nicht beliebig verlängern. Denn bei diesen werden die Klänge Schritt für Schritt schwächer und verschwinden bald völlig, und deswegen kann an Klangdauer nicht so viel zustande gebracht werden wie bei den Instrumenten, bei denen die Klänge dieselbe Kraft behalten so lange sie dauern und so lange wie gewünscht erzeugt werden können. Derart sind solche, deren Saiten mit einem Stab gestrichen werden, und solche die mit Pfeifen und mit anderen von Luftstrom betriebenen Instrumenten ausgestattet sind – wie die pneumatische Orgel und andere mehr. Diese haben vor den übrigen den Vorzug, dass die gesamte Annehmlichkeit, die beim Andauern der Klänge besteht, vollendet ausgedrückt und hergestellt werden kann. Die Dauer des Klangs aber misst sich aus der Zeit, die zwischen seinem Anfang und Ende verstrichen ist.

§. 22. Bisher haben wir von der ersten Art der Klänge, die ihren Ursprung von einem schwingenden Körper haben, nur die der Saiten betrachtet, gleichzeitig auch die wichtigsten Unterschiede der Klänge aufgezählt und erklärt.

Bevor wir nun also zu den übrigen Arten übergehen, wollen wir auch andere Instrumente betrachten, die zu dieser Art gehörige Klänge hervorbringen. So sind Glocken, die angeschlagen als ganze erbeben und einen Ton erzeugen. Es wäre freilich äußerst schwierig, aus der Kenntnis der Form und des Gewichts der Glocke zu bestimmen, welchen Klang sie von sich geben wird; dennoch, wenn Glocken gleichartig und aus demselben Material gefertigt sind, wird es leicht klar, dass die Klänge ein reziprok kubisches Verhältnis zum Gewicht besitzen, sodass eine achtmal leichtere Glocke einen Klang hervorbringt, der in derselben Zeit zweimal so viele Oszillationen vollendet, und dass eine die siebenundzwanzig Mal leichter ist dreimal schnellere Schwingungen vollführt.

§. 23. Es gibt außerdem Musikinstrumente aus elastischen Stäben gefertigt, entweder aus Metall oder aus ziemlich hartem Holz, mit denen die Klänge der Glocken nachgeahmt werden.

Wenn diese zylindrische oder prismatische Form haben, ist über sie einfacher etwas Gesichertes aussagen; die Töne nämlich scheinen nur von der Länge abzuhängen, weil zu beobachten ist, dass jede beliebige in der Länge ausgespannte Faser unabhängig Schwingungen vollführt.

Die Töne aber, das heißt die Anzahlen der in derselben Zeit erzeugten Schwingungen, werden reziprok zu den Quadraten der Längen der Stäbe sein, wenn nur die Stäbe aus demselben Material gefertigt sind.

Töne von Prismen aus unterschiedlichen Materialien hängen nicht nur vom Verhältnis der spezifischen Gewichte ab, sondern es ist für jemanden, der die Aufgabe unternommen hat, die Tonhöhen durch die Theorie zu bestimmen, auch notwendig, die Parameter der Bindung und der Elastizität des Materials zu kennen.

§. 24. Auf eine zweite Klasse von Klängen führte ich die Töne zurück, die entweder durch plötzliches Loslassen einer großen Menge an stark komprimierter Luft oder durch eine ziemlich starke Erschütterung der Luft entstehen. Freilich ist letztere Art ersterer ziemlich ähnlich; wegen des äußerst heftigen Bebens nämlich kann die Luft nicht aus ihrer Ruheposition weichen, woraus sich ergibt, dass der Teil der Luft, der die Erschütterung erhält, komprimiert wird und sich wieder ausdehnt, wenn er es wieder kann. Aber notwendigerweise nimmt die Luft, die komprimiert war und sich wieder ausdehnt, einen größeren Raum als den ursprünglichen ein, und daher ist sie wiederum gezwungen, sich wieder zusammenzuziehen, was sie dann auch übermäßig tun wird.

Durch diese abwechselnden Kontraktionen und Expansionen werden – wie bei einem schwingenden Körper – in der übrigen Luft Stöße und im Hörorgan ein Klang erzeugt.

§. 25. Obwohl die Luft auf diese Weise nach einer beliebigen Oszillation in ihren Ausgangszustand zurückgekommen ist, kann sie aber nicht in diesem verharren als hätte sie ihre gesamte Bewegung verloren. Denn nach den Gesetzen der Mechanik steht fest, dass ein Körper, der mit Schwung in seinen Ruhezustand gelangt, in diesem nicht bleiben kann sondern sich durch die erhaltene Bewegung über diesen hinaus bewegen muss.

Gleich schwierig ist es nämlich einen bewegten Körper plötzlich zur Ruhe zu bringen und einen ruhenden zu bewegen; und man braucht eine ebenso große Kraft die Bewegung eines Körpers zu beenden wie sie zu erzeugen. Aus diesem Grund sehen wir, dass weder schwingende Pendel ruhen können wenn sie in den vertikalen Zustand gekommen sind, noch schwingende Saiten wenn sie ihren ursprüngliche Lage erreicht haben. Die Klänge aber die durch diese beschriebene Art erzeugt worden sind können nur kurze Zeit andauern, wenn es kein Echo oder in ähnlicher Weise etwas Resonierendes gibt, das sie wiederholt und weiterträgt; die Luft nämlich muss, wenn sie eine Bewegung in so weit entfernte Orte zerstreut, die eigene Bewegung sogleich verlieren.

§. 26. Daher eignen sich zur Klangerzeugung alle Vorgänge, die bewirken, dass entweder bereits komprimierte Luft entspannt oder unberührte komprimiert wird so dass sie sich plötzlich wieder entspannen kann.

Deswegen müssen alle schnelleren Bewegungen von Körpern durch die Luft Klänge erzeugen; die Luft nämlich kann wegen ihrer Trägheit den Körpern nicht ganz leicht Platz machen, und daher wird sie von ihnen komprimiert, worauf sie, wenn sie sich schließlich wieder ausdehnt, bei den kleinsten Luftteilchen eine Schwingbewegung bewirkt. Daher kommen auch die Klänge von heftiger schwingenden Ruten und von allen schneller durch die Luft bewegten Körpern. Und auch die zischenden Klänge von Winden und vom Atmen haben keine andere Ursache: Die vordere Luft wird nämlich von der nachfolgenden gleich wie von einem festen Körper erschüttert und komprimiert.

§. 27. Von den Klängen, die aus einer plötzlichen Entspannung stark komprimierter Luft entstehen, sind die zweifellos am lautesten, die man durch Schießpulver und beim Donner wahrnimmt. Durch verschiedene Versuche steht jedenfalls fest, dass im Schießpulver sehr stark komprimierte Luft enthalten ist und dieser durch das Entzünden ein Ausgang geöffnet wird, wodurch zwangsläufig derart verblüffende Klänge entstehen.

Und es scheint am wahrscheinlichsten, dass bei der Bildung von Wolken mit den Wasserdämpfen sehr viele Natron- und Schwefelteilchen gleichzeitig aufsteigen, die sich in ihnen verbinden und bei der Explosion einen so großen Lärm verursachen können.

Aber weil bei derartigen Klängen schwierig ist zu entscheiden, mit welcher Beziehung der Tiefe und der Höhe sie sich voneinander unterscheiden, wurden alle zu dieser Art gehörigen Klänge in der Musik nicht verwendet; deswegen werden wir uns die Untersuchung der Schwingungen, in die sie die kleinsten Luftteilchen versetzen, ersparen.

§. 28. Zur dritten Art der Klänge gehören nach der zu Anfang gemachten Einteilung die durch Anblasen erzeugten Klänge der Flöten.

Weil deren Theorie weniger offensichtlich ist wurde sie immer mit geringerem Eifer untersucht.

Denn ich sehe nicht, wie diejenigen, die meinen dass die Röhre selbst Schwingbewegung erhält und die auf diese Weise die Klänge der Flöten auf diese Art zurückführen die bei uns die erste ist, bei Kenntnis der Eigenschaften der Flöten zu einem befriedigenden Ergebnis kommen können. Man hat nämlich beobachtet, dass zylindrische gleich lange Flöten auch gleiche Töne hervorbringen, obgleich sie sich sowohl in der Weite unterscheiden, als auch in der Dicke und im Material selbst. Wie könnte es also geschehen, dass so unterschiedliche Röhren gleichartig schwingen?

Die Lehrmeinung derer aber, die meinen, dass nur die innere Oberfläche zum Schwingen komme, scheint schon allein die Unterschiedlichkeit des Materials zu widerlegen. Deswegen muss der Grund dieser Tonhöhen derart sein, dass er allein von der Länge der Flöten abhängt.

§. 29. Obwohl es aber für unsere Arbeit ausreichend wäre lediglich die Eigenschaften der Flöten aufzuzählen, habe ich dennoch, weil für gewöhnlich das Erkennen der Ursache stets die umfassende Kenntnis jeder Sache bewirkt, Mühe und Sorgfalt aufgewendet um der wahren Ursache auf den Grund zu gehen. Im Folgenden habe ich dann – nach genauer Untersuchung der Gestalt der Flöten – eine Berechnung angestellt.

Jedem ist bekannt, dass Flöten Rohre oder Kanäle sind, die an einem Ende mit einem Mundstück verbunden sind, das die Luft aus dem Mund oder einer pneumatischen Kiste aufnimmt und durch einen Spalt in das Rohr ausstößt an den seine Höhlung zum Rohr hin grenzt.

Es ist aber erforderlich, dass die durch den Spalt ausgestoßene Luft nicht blind in die Höhlung des Rohrs hineinrennt sondern die gesamte innere Oberfläche streift und ihr folgt. Deshalb durchbrechen die Instrumentenbauer jene Seite des Rohrs die dem Spalt gegenüber ist, damit sie nicht eine Fortsetzung des Mundstücks wird, und schärfen sie damit die Luft in diese Schärfe hineinstürzt und von ihr gleichsam gespalten wird, wodurch ein dünnerer Luftstrahl durch das Rohr fortkriecht.

§. 30. Was der Aufbau aber von Mundstücken dieser Art erfordert zeigt uns einerseits die Erfahrung, andererseits durchblicken wir es, wenn wir mit dem Mund selbst Mundstücke nachahmen. Denn wenn wir in ein Rohr ohne Mundstück mit dem Mund so Luft hineinblasen, dass sie zur inneren Oberfläche kriecht, wird ebenso ein Klang erzeugt wie wenn das Rohr mit einem Mundstück versehen wäre. Und so ist die Theorie der verschiedenen Flöten ohne Mundstück beschaffen, dass die Luft auf die erklärte Art eingeblasen werden muss, wie wir es in sogenannten Traversflöten und anderen ähnlichen sehen.

Damit dieser Eintritt in das Rohr einen Klang bewirkt ist es aber außerdem aber erstens erforderlich, dass die innere Oberfläche des Rohrs glatt ist, damit die sich wiederholende Bewegung der Luft nicht behindert wird; zweitens aber, dass die Seiten des Rohrs hart sind und der eindringenden Luft nicht nachgeben können, woraus man drittens versteht, dass das Rohr zu den Seiten gut abgeschlossen sein muss.

§. 31. Das aber und anderes, was man beim Bau von Flöten beachten muss, wird besser zu erkennen sein, wenn wir den Vorgang an sich erklären, durch den die Klänge in Flöten hervorgebracht werden.

Es wurde aber schon gezeigt, dass weder die Bewegung des ganzen Rohres noch allein der inneren Oberfläche eine Schwingbewegung erzeugt. Denn die Luft tritt so in das Rohr ein, dass sie die bereits im Rohr befindliche der Länge nach komprimiert; dadurch geschieht es dass sie wieder ausgedehnt und dann erneut zusammengedrängt wird; und auf diese Art vollbringt sie solange das Anblasen dauert Oszillationen und erzeugt durch diese einen Klang.

Wir wollen nun aber sehen, wie die Tonhöhe nach den mechanischen Gesetzen im Verhältnis zur Länge des Rohrs sein wird, sodass man erkennen kann, wie vorzüglich diese Erklärung mit den Phänomenen zusammenpasst.

§. 32. Der Stoff, der die Oszillationen bewirkt und sie an die umgebende Luft abgibt, ist die im Rohr enthaltene Luft, deren Volumen man aus der Länge und der Weite des Rohrs erkennt.

Die Kraft aber, die zum Schwingen veranlasst, ist wie wir gesehen haben die Luft, die durch Einblasen entlang der inneren Oberfläche des Rohrs eindringt.

Aber die Kraft, die der im Rohr befindlichen Luft das Bestreben vermittelt, dass sie versucht, sich in den vorigen Zustand zurück zu versetzen wenn sie aus ihrer Ruhelage getrieben wurde, und die bewirkt dass sie genau jene Anzahl an Oszillationen in einer gegebenen Zeit ausführt die sie ausführt, ist das Gewicht der Atmosphäre, das heißt die elastische Kraft jener Luft, die dem Luftdruck der umgebenden Atmosphäre gleich ist.

Und diese Kraft kann man abschätzen aus ihrer Wirkung, die sie in einer Torricelli-Röhre entfaltet in der Quecksilber bis zu einer Höhe zwischen **22** und **24** Zehntel eines Rheinischen Fußes emporgehoben gehalten wird.

§. 33. Daher ist die Berechnung dieser schwingenden Luftsäule, die sich im Rohr befindet, im Ganzen ähnlich der, nach der eine gespannte Saite Schwingungen ausführt. Die Saite selbst kann man nämlich mit der im Rohr der Flöte enthaltenen Luft vergleichen; den Platz aber des die Saite spannenden Gewichts nimmt in diesem Fall das Gewicht der Atmosphäre ein, obwohl sie gänzlich ungleich scheinen, weil die Saite vom angehängten Gewicht ausgedehnt, die Luft aber von der Atmosphäre komprimiert wird. Wenn wir aber auf die Wirkung schauen, kommen sie durchaus einander gleich.

Denn was bei beiden für das Erzeugen der Schwingungen von Bedeutung ist, das kommt von der Kraft, die sie auf den unterworfenen Körper ausüben, wenn er sich in seinen Ruhezustand zurückzieht. Das aber, sei es dass es durch Zusammendrücken der Luft im Rohr bewirkt wird oder durch Ausdehnung der Saite, wird dieselbe Wirkung erzeugen.

§. 34. Weil also die Luft im Rohr einer Flöte nach derselben Art Oszillationen ausführt wie eine gespannte Saite, werden wir auch die Anzahl der in vorgegebener Zeit erzeugten Oszillationen und damit den Ton selbst aus dem bestimmen können was wir über die schwingenden Saiten gelehrt haben.

Es sei die Länge der Flöte **a** in Skrupel eines rheinischen Fußes, die Weite **bb**, das spezifische Gewicht der Luft verhalte sich zu dem des Quecksilbers wie **m** zu **n** und die Höhe der Quecksilbersäule im Barometer sei **k** (ebenfalls in Skrupel).

Wir haben daher eine Saite der Länge **a** und des Gewichts **mabb**, die von einem Gewicht gleich dem Luftdruck gespannt wird; der aber entspricht dem eines Zylinders aus Quecksilber, dessen Basis **bb** (d.h. die Weite des Rohrs) und dessen Höhe **k** ist. Daraus kann man das spannende Gewicht ungefähr mit **nkbb** abschätzen.

Daraus findet man als Anzahl der pro Sekunde erzeugten Schwingungen

$$\frac{113}{355} \cdot \sqrt{\frac{3166 \cdot nkbb}{a \cdot mabb}} = \frac{113}{355 \cdot a} \cdot \sqrt{\frac{3166 \cdot nk}{m}}$$

was dem Ton an sich entspricht, wie wir ihn zu messen festgelegt haben.

§. 35. Weil **m** zu **n** fast immer dasselbe Verhältnis aufweist und **k** sich zu verschiedenen Witterungen nur wenig verändert, werden sich die Töne von Flöten, die zylindrische oder prismatische Rohre haben, reziprok zu den Längen der Rohre verhalten, sodass umso höhere Klänge entstehen je kürzer die Rohre sind, und sodass längere Rohre tiefere Töne von sich geben.

Wie ausgezeichnet das mit der Erfahrung übereinstimmt, wird jeder leicht erkennen, wenn er die vorher erwähnten Eigenschaften von Flöten durchdenkt die hier wieder zum Tragen kommen, dass nämlich die Quantität des Tons weder von der Weite des Rohres noch vom Material aus dem das Rohr gefertigt ist sondern allein von der Länge abhängt. Deswegen meine ich, dass man nicht mehr daran zweifeln kann, dass diese dargelegte Berechnung von Tönen, die von Flöten erzeugt werden, echt und aus der wahren Natur der Sache gewonnen ist.

§. 36. Umso mehr aber wird diese Erklärung für uns bestätigt, wenn wir nicht nur die Berechnung dieser Klänge betrachten sondern auch untersuchen, wie sie sich zum Klang einer gegebenen Saite verhalten, die von einem gegebenem Gewicht gespannt ist. Denn wenn die Erfahrung bestätigt, dass dieselbe Flöte mit einer gegebenen Saite im Gleichklang ist wie es die Theorie erklärt wird das die größte Bestätigung sein.

$\frac{a}{m}$ ist aber, wenn es den größten Wert hat der bei heißestem Wetter auftritt, ungefähr **12000**, aber bei kältestem Wetter wird es mit **10000** gemessen. Ähnlich ist, wenn das Quecksilber im Barometer zum höchsten Wert gestiegen ist, **k = 2460**, und wenn das Quecksilber am meisten gefallen ist, **k = 2260**.

Darum wird der Ton der Flöte wenn Barometer und Thermometer sich bei den

größten Werten befinden $= \frac{960771}{a}$

und wenn dieselben Instrumente bei den niedrigsten Werten stehen

$$= \frac{840714}{a} .$$

§. 37. Wir wollen dazwischen ein Mittel annehmen, nämlich $\frac{90000}{a}$,

und so viele Schwingungen pro Sekunde wird eine Flöte der Länge **a** in der Luft bei mittlerem Wetter erzeugen.

Also ist eine Flöte, die **100** Schwingungen pro Sekunde von sich gibt, **9000** Skrupel d.h. **9** rheinische Fuß lang; und eine, die **118** Schwingungen von sich gibt und im Gleichklang mit einer Saite ist, die auf Instrumenten den als **C** bezeichneten Ton vernehmbar macht, muss die Länge von **7627** Skrupel oder von etwas mehr als **7 $\frac{1}{2}$** rheinischen Fuß haben.

Das entspricht auch genügend genau der Erfahrung: denn für gewöhnlich wird eine Pfeife der Länge **8** Fuß verwendet, um den Ton **C** zu erzeugen, und die Differenz eines halben Fußes ist ist beinahe zu vernachlässigen, weil dieselbe Pfeife bei verschiedenen Witterungen Klänge hervorbringen kann, die das Verhältnis **84071** zu **960771**, das heißt **8** zu **9** haben; diesen Unterschied kann man in einer solchen Pfeife auf mehr als einen halben Fuß bewerten.

§. 38. Und gerade dieser Unterschied der Klänge derselben Pfeife bei verschiedenen Witterungen bestätigt die Wahrheit unserer Erklärung noch mehr. Denn die Musiker machen fortwährend die Erfahrung, sooft sie mit Saiten bespannte Instrumente gleichzeitig mit pneumatischen verwenden, dass letztere überaus veränderlich sind und dass die Saiten, die mit den Pfeifen im Einklang sind, bald gespannt, bald entspannt werden müssen. Und dass der Unterschied zwischen dem höchsten und dem tiefsten Ton derselben Pfeife ungefähr der eines Ganztons ist, des Intervalls zwischen zwei Tönen die das Verhältnis **8** zu **9** haben. Außerdem wurde auch beobachtet, dass Flöten höher klingen, wenn das Wetter ganz heiter und von größter Hitze ist, dass dagegen bei getrübstem und mit größter Kälte verbundenem Wetter die Töne der Flöten tiefer sind. Daher erklärt sich auch, warum eine Flöte zu Beginn tiefer klingt als wenn sie tüchtig geblasen wurde; durch eben den Gebrauch und das Einblasen erwärmt sich nämlich die Luft, die sich in der Flöte befindet, und so kommt ein höherer Klang heraus.

§. 39. Die Stärke und Schwäche der Klänge, die von Flöten erzeugt werden, hängt einerseits von der Kraft ab mit der sie geblasen werden, andererseits vom Verhältnis das die Weite der Flöte zur Länge hat. Ähnlich ist nämlich die Berechnung von Flöten und Saiten, die Weite bei ersteren ist zu vergleichen mit der Dicke bei letzteren. Wie also nicht jede beliebige Saite geeignet ist alle Klänge zu erzeugen sondern wie für einen gegebenen Klang eine bestimmte Dicke benötigt wird so kann auch eine Flöte gegebener Länge nicht nach Belieben weiter oder enger gefertigt werden, sondern es sind Grenzen gesetzt; wenn man sie überschreitet, wird die Flöte überhaupt keinen Klang erzeugen. Damit aber Flöten mehrere ähnliche und gleich starke Klänge erzeugen, ist es notwendig dass die Weite der Flöte – das heißt die Basis des Rohrs – so wie die Dicke der Saiten proportional zur Länge ist. Daraus nämlich folgt zugleich auch etwas zweites was bei Saiten erforderlich ist, dass nämlich der Luftdruck, der der Weite proportional ist, auch dasselbe Verhältnis zur Länge der Flöte hat.

§. 40. Aber auch die Stärke des Anblasens kann nicht nach Belieben vergrößert oder verkleinert werden. Denn wenn man die Flöte zu schwach bläst wird sie überhaupt keinen Ton von sich geben, und wenn sie stärker als nötig geblasen wird, bringt sie beim Anblasen nicht den Ton hervor den sie soll sondern einen um eine Oktav höheren, und wenn man sie noch stärker bläst, wird sie einen um eine Duodezim, und dann um eine Quindezim usw. höheren von sich geben. Damit wir den Grund dieser Anstiege der Töne enthüllen, wird es helfen zu bedenken dass die Kraft des Tons proportional zur Kraft des Anblasens ist; und außerdem versteht man, dass – solange der Ton an Höhe derselbe bleibt – die Schwingungen der im Rohr enthaltenen Luft umso weiter, nicht jedoch häufiger

sein müssen, je mehr das Anblasen gesteigert wird. Aber die Weite der Schwingungen wird durch die Weite des Rohrs so bestimmt, dass sie eine bestimmte Grenze nicht überschreiten kann; wenn daher die Flöte stärker angeblasen wird, als für diese Stufe erforderlich ist, wird sie nicht denselben Klang von sich geben können.

§. 41. Bei Saiten aber, denen Pfeifen ähnlich zu werten sind, steht sowohl nach der Theorie als auch durch Versuch fest, dass beide Hälften der gespannten Saite gesondert Schwingungen ausführen können, so dass diese Saite nicht nur den gewohnten Ton, sondern auch den um eine Oktav höheren von sich gibt; was nicht geschehen kann wenn die Teile ungleich sind.

In ähnlicher Weise kann eine wenigstens in der Überlegung in drei gleiche Teile geteilte Saite so schwingen, dass die einzelnen Teile gesondert Schwingungen ausführen als wären sie gleichsam durch Stege getrennt, und einen höheren Ton als den gewohnten wahrnehmbar machen, offenbar die Duodezim.

Dasselbe gilt auch für vier oder mehr gleiche Teile der Saite. Wie man das aber erreichen und durch Experimente bestärken kann, zeigte *Cl. D. Sauveur* in den *Comment. Acad. Scient. Paris. An. 1701*.

§. 42. Wenn man das auf Pfeifen umlegt, versteht man dass es geschehen kann, dass beide Hälften der Pfeife gesondert Schwingungen ausführen und so einen um eine Oktav höheren Ton erzeugen. Weil in diesem Fall die Schwingungen doppelt so häufig sind, wird es auch eine größere Kraft des Anblasens brauchen. Daraus folgt, dass, wenn das Anblasen über jene bestimmte Stufe vergrößert wird, sich dann die Schwingungen an diesen Fall anpassen werden und einen um eine Oktave höheren Ton erzeugen werden.

Weil es auch hier eine Stufe gibt die das Anblasen nicht überschreiten soll, werden, wenn auch diese überschritten wird, auf ähnliche Art die einzelnen Drittel der im Rohr enthaltenen Luft gesondert zu schwingen anfangen, woraus sich ein dreifach höherer Klang ergibt, also die Duodezim des ersten.

Und wenn das Anblasen weiter vergrößert wird, dann wird, da die Viertel schwingen, ein um zwei Oktaven höherer gehört werden, und so weiter.

§. 43. Darauf stützt sich auch die Natur der Trompeten und Hörner (obwohl sie in anderen Dingen nicht die gleiche Theorie wie die Flöten haben) und die Eigenschaft, dass ihre Töne allein durch die Intensität des Anblasens kontrolliert werden. Denn auf diesen Instrumenten können nicht alle Töne wiedergegeben werden, sondern nur diese die durch die natürlichen Zahlen **1, 2, 3, 4, 5, 6**, usw. ausgedrückt werden.

So geben sie in der untersten Oktav zwischen **1** und **2** keinen Zwischenton wieder, in der folgenden zwischen **2** und **4** einen Zwischenton (**3**) der die Quint zu **2** ist, in der dritten Oktav zwischen **4** und **8** haben sie drei (**5, 6, 7**) und in der vierten sieben Zwischentöne.

Die Bauart dieser Instrumente scheint so zu sein, dass jeder Ton sehr enge Grenzen des Anblasens hat und dass daher bei nur wenig stärkerem oder schwächerem Anblasen ein entweder höherer oder tieferer entsteht.

§. 44. Was bisher über Pfeifen gesagt wurde gilt insbesondere auch für solche, deren Rohre entweder prismatische oder zylindrische Form haben. Welche Töne sie aber hervorbringen wenn die Rohre auseinanderlaufend oder zusammenlaufend oder irgendeiner anderen Form sind ist schwieriger zu bestimmen. Dennoch können Fragen dieser Art immer auf Saiten zurückgeführt werden: Wenn eine Form einer beliebigen Pfeife vorliegt, soll man sich eine gleichartige Saite überlegen und untersuchen welchen Ton sie hervorbringen wird; Wenn man das getan hat und wenn man die Saite selbst als aus Luft annimmt und das spannende Gewicht gleich dem Luftdruck, wird man den Ton erhalten den diese Pfeife wiedergibt.

Und wenn man dieses Problem allgemeingültig für jede beliebige Form einer Pfeife löst, wird sich zugleich eine sehr bekannte Eigenschaft prismatischer Pfeifen zeigen, dass sie einen um eine Oktav tieferen Ton von sich geben, wenn sie unten verschlossen werden.

§. 45. Andere Instrumente, die mit Pfeifen eine gewisse Verwandtschaft zu haben scheinen, sind Trompeten, Hörner und ähnliche. Diese geben freilich durch das Anblasen allein keinen Klang von sich, sondern erfordern vom Mund einen mit dem Atemstrom verbundenen Ton, den sie dann erstaunlich vergrößern und stärker wiedergeben, auf ähnliche Weise wie Sprachrohre Stimmen so sehr verstärken. Besser aber sind derartige Instrumente durch solche bekannt, die in pneumatischen Orgeln zu deren Imitation genommen werden. Diese werden jedoch nur durch das Anblasen angeregt, aber im Mundstück sind elastische Lamellen eingebaut die vom eindringenden Luftstrom eine Schwingbewegung erhalten; sie geben einen zwar schwachen Ton von sich, aber sobald dieser durch das angeschlossene Rohr tritt erhält er von diesem solche Kraft, dass er die Klänge der Trompeten oder Hörner hervorragend nachmacht.

Annehmlichkeit und Prinzipien der Harmonie

§. 1. Weil ich beschlossen habe in diesem Kapitel zu untersuchen, wie bewirkt wird dass von dem was auf die Sinne einströmt das eine uns gefällt und anderes uns missfällt, halte ich es zunächst für nicht in hohem Maße notwendig zu zeigen, dass es überhaupt eine Begründung gibt für das was gefällt oder missfällt und dass unser Bewusstsein nicht zufällig erfreut wird.

Da nämlich in der heutigen Zeit von den meisten gleichsam als Axiom zugelassen wird dass nichts auf der Welt ohne ausreichende Begründung geschehe, wird auch daran nicht zu zweifeln sein, dass es eine Begründung gibt dessen was gefällt. Wenn man das also zugibt, hat auch die Ansicht derer keinen Bestand, die meinen dass die Musik allein vom Gutdünken der Menschen abhängt und dass unsere eigene Musik uns allein aus der Gewohnheit gefalle und die fremde, weil sie uns ungewohnt ist, missfalle.

§. 2. Freilich leugne ich nicht – und unten werde ich es selbst begründen – dass es durch Übung und eifriges Hören geschehen kann, dass irgendein Zusammenklang uns zu gefallen beginnt der uns zuerst missfallen hat, und umgekehrt.

Dennoch wird dadurch das Prinzip der hinreichenden Begründung („Ratio“), wie sie genannt wird, nicht zerstört: denn die Begründung, warum etwas gefällt oder missfällt, muss nicht nur in der Sache selbst gesucht werden, sondern man muss auch auf die Sinne blicken, durch die das Abbild der Sache dem Bewusstsein dargeboten wird; und außerdem besonders auf das Urteil, das sich das Bewusstsein über das dargebotene Abbild formt.

Weil diese Dinge in verschiedenen Menschen auf verschiedene Art eintreten können und beim selben Menschen auch zu unterschiedlichen Zeiten, ist es nicht verwunderlich, dass dieselbe Sache den einen gefällt, anderen aber missfällt.

§. 3. Aber ich sehe bereits, welches Argument daraus gegen uns und unsere Arbeit abgeleitet wird: Sicherlich wird eingewendet werden, dass man gar keine Prinzipien und Regeln der Harmonie lehren könne und dass aus diesem Grund unsere Arbeit und die aller derer, die versucht haben die Musik in Gesetze zu fassen, vergeblich und wertlos sei. Wenn nämlich verschiedene Menschen Verschiedenes erfreut, und wenn das was erfreut selbst unterschiedlich und geradezu gegensätzlich ist, wie kann man dann Vorschriften für das Verbinden von Tönen erklären, damit sie dem Gehör wohlklingende Harmonie darbieten?

Und wenn man Regeln findet, werden sie entweder zu allgemeingültig sein, sodass sie keinen Nutzen haben können, oder sie werden nicht stabil und beständig sein, sondern an die Überlegung der Zuhörenden angepasst werden müssen; das würde nicht nur unbegrenzte Arbeit erfordern, sondern aus der Musik alle Sicherheit wegnehmen.

§. 4. Aber es ist notwendig, dass ein Musiker sich wie ein Architekt verhält, der – ohne sich um die widersinnigen Urteile der meisten Menschen über Gebäude zu kümmern – nach den sicheren und in der Natur selbst grundgelegten Gesetzen Gebäude entwirft; und wenn diese den solcher Dinge Unkundigen nicht gefallen sollten, ist er dennoch zufrieden wenn sie von den Verständigen gutgeheißen werden. Denn wie in der Musik ist auch in der Architektur der Geschmack der verschiedenen Gruppen so verschieden, dass die einen zurückweisen was den anderen gefällt.

Deswegen muss man wie in allen anderen Dingen genauso in der Musik denen am ehesten folgen, deren Geschmack vollendet und deren Urteil über die sinnlichen Wahrnehmungen von jedem Fehler frei ist. Das sind solche Menschen, die nicht nur von Natur aus ein scharfes und reines Gehör erhalten haben, sondern die auch alles was man im Hörorgan erfährt genau wahrnehmen, und die durch gegenseitigen Austausch dazu ein untadeliges Urteil darüber erhalten.

§. 5. Weil aller Klang, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde, nichts anderes ist als eine bestimmte Reihe von Stößen die in der Luft erzeugt werden und die einander folgen, werden wir einen Klang deutlich wahrnehmen, wenn wir alle Stöße spüren, die auf die Organe der Ohren treffen, und ihre Ordnung erkennen; und außerdem – wenn nicht alle Stöße gleich stark sind – wenn wir auch das Verhältnis der Stärke der einzelnen erkennen.

Um aber so zu einem Urteil über musikalische Fragen zu gelangen, braucht man Hörende, die mit einem scharfen und alle Einzelheiten erkennenden Hörsinn ausgestattet sind und die eine so hohe Stufe des Verstehens besitzen, dass sie die Ordnung, in der die Stöße der Luftteilchen die Hörorgane erschüttern, wahrnehmen und über sie urteilen können. Denn das ist, wie im Folgenden erklärt werden wird, notwendig um zu erkennen, ob in einem vorgelegten musikalischen Werk tatsächlich Annehmlichkeit enthalten ist und welchen Grad diese besitzt.

§. 6. Deshalb werden wir zuallererst Arbeit aufwenden, um bei allen Dingen zu definieren, was der Grund ist warum sie uns entweder gefallen oder missfallen, und was alle Dinge besitzen müssen damit wir von ihnen erfreut werden. Wenn man das nämlich durchblickt, werden daraus eine wahrhafte Richtschnur und Regeln für die Komposition von musikalischen Zusammenklängen

abgeleitet werden können; weil nämlich festgehalten sein wird, worin das begründet ist was gefällt oder missfällt.

Aber aus dieser Quelle kann nicht nur das was die Musik betrifft abgeleitet werden, sondern auch alles andere, was dasselbe erklärte Ziel hat zu gefallen. Und das geht so weit, dass kaum etwas bestimmt werden kann, dem nicht ein größerer Grad an Annehmlichkeit aus diesen Prinzipien verschafft werden kann, die wir zu ergründen suchen, oder dem überhaupt einer zugeschrieben werden kann, obwohl es kaum möglich scheint.

§. 7. Wenn wir aber die Metaphysiker befragen, zu deren Fach diese Untersuchung im Wesen gehört, erhalten wir zur Antwort, dass alles dasjenige uns gefällt in dem wir Vollkommenheit wahrnehmen und dass wir umso mehr erfreut werden je größere Vollkommenheit wir bemerken; dass uns hingegen diese Dinge missfallen, in denen wir einen Schwund an Vollkommenheit oder sogar Unvollkommenheit bemerken. Denn es ist sicher, dass Vollkommenheit den Wunsch nach Vollkommenheit erzeugt, und dass das dies die Eigenart aller Geister ist, dass sie sich am Entdecken und Erspüren von Vollkommenheiten erfreuen; alles das aber werden sie meiden, von dem sie bemerken dass darin die Vollkommenheit schwindet oder Unvollkommenheit vorhanden ist. Dies wird jedem deutlich werden, der aufmerksamer beobachtet was ihm selbst gefällt; er wird nämlich erkennen, dass es das Ideal der Vollkommenheit ist, sich in den Dingen die er ablehnt das was ihm gefällt als Vollkommenheit zu wünschen.

§. 8. Und dass Vollkommenheit in jeder beliebigen Angelegenheit enthalten ist, erkennen wir, wenn wir sie als so angelegt begreifen, dass alles in ihr zusammenwirkt um ein vor Augen gestelltes Ziel zu erreichen; wenn aber etwas enthalten ist, was nicht zum Ziel führt, erkennen wir einen Mangel an Vollkommenheit. Und wenn weiters etwas wahrgenommen wird, das das Übrige beim Erstreben des Ziels behindert, werten wir das als Unvollkommenheit. Im ersten Fall gefällt uns das Dargebotene, im letzteren aber missfällt es. Betrachten wir als Beispiel eine Uhr, deren Zweck es ist die Teile und Unterteilungen der Zeit zu zeigen: sie wird uns am meisten gefallen, wenn wir aus ihrem Aufbau verstehen, dass alle ihre Teile so gefertigt und untereinander verbunden sind, dass sich alle zum genauen Anzeigen der Zeit zusammen bewegen.

§. 9. Und daraus folgt dass in allem, in dem Vollkommenheit enthalten ist, auch notwendigerweise Ordnung enthalten sein muss. Denn Ordnung ist nämlich das nach einer bestimmten Regel vorgenommen Gefüge der Teile, nach der man erkennen kann, warum jeder Teil auf dem Platz, den er einnimmt, eher positioniert ist als auf einem anderen; in einer Sache aber, die mit Vollkommenheit ausgestattet

ist, müssen wohl alle Teile so geordnet sein, dass sie geeignet sind das Ziel zu erreichen: dieses Ziel wird die Regel sein, nach der die Teile der Sache angeordnet sind und die jedem von ihnen den Platz zuweist, den er innehat.

Umgekehrt kann man also auch erkennen, dass, wo Ordnung herrscht, dort auch Vollkommenheit ist, und dass das Gesetz oder die Regel der Ordnung dem Ziel entspricht, das Vollkommenheit schafft. Daher wird uns das gefallen, in dem wir Ordnung wahrnehmen, und Mangel an Ordnung wird uns missfallen.

§. 10. Auf zwei Arten aber können wir Ordnung wahrnehmen:
auf die eine, wenn uns die Gesetzmäßigkeit oder die Regel schon bekannt ist und wir nach ihr den vorliegenden Gegenstand untersuchen;

auf die zweite, wenn wir die Gesetzmäßigkeit vorher nicht kennen und wenn wir aufgrund der Anordnung der Teile des Gegenstands untersuchen, was diese Gesetzmäßigkeit ist die diese Struktur bewirkt hat.

Das oben vorgebrachte Beispiel der Uhr betrifft die erste Art, denn das Ziel ist bereits bekannt d.h. die Gesetzmäßigkeit der Anordnung der Teile, die das Anzeigen der Zeit ist; wenn wir daher die Uhr untersuchen, müssen wir wahrnehmen, ob der Aufbau einer ist, den das Ziel erfordert.

Aber wenn ich irgendeine Folge von Zahlen erblicke wie die folgende:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 usw.,

ohne zu wissen, was das Gesetz ihrer Entwicklung ist, dann begreife ich allmählich, wenn ich diese Zahlen untereinander vergleiche, dass jede beliebige die Summe der beiden vorhergehenden ist, und ich behaupte, dass das auch das Gesetz ihrer Ordnung ist.

§. 11. Letztere Art Ordnung zu erkennen bezieht sich ganz besonders auf die Musik; den musikalischen Zusammenklang verstehen die Hörenden schließlich als Ordnung, die Töne zueinander besitzen, wenn sie manchmal zugleich, manchmal in Folge erklingen. Der musikalische Zusammenklang wird also gefallen, wenn wir die Ordnung der ihn bildenden Töne wahrnehmen, wird aber missfallen, wenn wir nicht durchblicken warum jeder Ton an seinem Platz angeordnet ist: Umso mehr aber wird er uns missfallen müssen, je öfter wir erkennen, dass die Töne von der Ordnung abweichen, die sie nach unserem Urteil besitzen müssen, und sich verirren. Daher kann es geschehen, dass die einen Ordnung erkennen, die andere nicht spüren, weshalb dieselbe Sache den einen gefallen, anderen missfallen kann. Beide aber können getäuscht werden; denn tatsächlich kann Ordnung enthalten sein, die viele nicht erkennen; und oft scheinen einige Menschen Ordnung wahrzunehmen, wo gar keine da ist, und von daher entstehen so unterschiedliche Urteile über musikalische Angelegenheiten.

§. 12. Daher gefällt das, in dem wir die Ordnung wahrnehmen die enthalten ist; mehr Genuss aber werden wir empfinden, wenn mehrere derartige Dinge dargeboten werden, bei denen wir verstehen welche Ordnung sie enthalten; und den höchsten Grad der Annehmlichkeit werden wir spüren, wenn wir außerdem die Ordnung dieser Dinge, die sie zueinander besitzen, verstehen. Daraus wird klar, dass wir mit geringerem Vergnügen erfüllt werden wenn wir in gewissen dieser Dinge keine Ordnung wahrnehmen, und dass, wenn wir gar keine Ordnung wahrnehmen, dann auch die vorliegende Sache nachlässt uns zu gefallen. Aber wenn wir nicht nur keine Ordnung beobachten, sondern sogar bemerken, dass etwas völlig Unberechenbares vorhanden ist, durch das die Ordnung gestört wird die ansonsten enthalten ist, dann wird die Sache uns missfallen, und wir werden fast von Schmerz erfüllt wenn wir das wahrnehmen.

§. 13. Je leichter wir die Ordnung wahrnehmen, die im vorliegenden Gegenstand enthalten ist, für umso einfacher und vollendeter halten wir sie und werden deswegen von Freude und einer gewissen Fröhlichkeit erfüllt. Wenn dagegen die Ordnung schwer zu erkennen ist und sie weniger einfach und weniger deutlich scheint, nehmen wir dieselbe mit einer gewissen Traurigkeit wahr. Dennoch gefällt uns in beiden Fällen das dargebotene Werk, solange wir nur Ordnung spüren, und wir glauben dass in ihm Annehmlichkeit enthalten sei; diese Dinge freilich scheinen miteinander zu kämpfen, weil dasselbe gefallen und Annehmlichkeit besitzen kann, das den Geist zu Traurigkeit bewegt. Aber wenn wir die der Musik eigenen Zusammenklänge und Modulationen erwägen, erkennen wir, dass alle annehmlich sind und gefallen müssen; indessen sehen wir dennoch, dass die einen geeignet sind Freude zu erwecken, andere Traurigkeit. Deshalb sind von dem was gefällt zwei Geschlechter festzulegen, das erste, das die Herzen fröhlich, das zweite, das sie traurig machen wird.

§. 14. Ähnliches gibt es klarerweise bei Komödien und Tragödien, von denen beide voll Annehmlichkeit sein müssen; notwendigerweise überschütten erstere aber die Gemüter vor allem mit Freude, letztere hingegen erfüllen sie mit Traurigkeit. Daraus erkennt man, dass es weder dasselbe ist zu gefallen und Freude zu erregen, noch dass es ein Gegensatz ist zu gefallen und Traurigkeit zu bringen. Wie aber die Begründung dazu beschaffen ist, wurde schon ansatzweise erklärt; denn alles gefällt von dem wir verstehen dass darin Ordnung enthalten ist, davon aber erfüllt nur das mit Freude, was eine einfachere und leichter wahrzunehmende Ordnung hat; das aber macht für gewöhnlich traurige Gemüter, was eine komplexere Ordnung enthält und derart, dass sie schwieriger zu durchschauen ist.

§. 15. Das unterscheidet sich nicht viel davon, was von den Philosophen gewöhnlich über Freude und Traurigkeit gelehrt wird: Denn sie beschreiben die Freude so, dass sie sagen sie sei ein auffallender Grad an Vergnügen; mehr an Vollkommenheit also wird benötigt um Freude zu erregen als nur Gefallen zu bewirken.

Die Definition der Traurigkeit scheint sich freilich viel von der zu unterscheiden die wir gegeben haben; aber man muss beachten dass wir hier nicht über eine solche Traurigkeit sprechen, die für gewöhnlich als Gemütsverfassung beschrieben wird, weil sie im Betrachten von Mängeln besteht. Und auf Traurigkeit dieser Art zielt die Musik auch nicht ab, noch kann sie es, weil sie ja zu gefallen versucht.

Und so liegt für uns die Traurigkeit nur in der schwierigeren Wahrnehmung der Vollkommenheit bzw. der Ordnung und unterscheidet sich deswegen von der Freude allein im Grad.

§. 16. Bei Tönen aber gibt es vor allem zwei Ursachen die Ordnung enthalten können, nämlich deren Tiefe oder Höhe – als die wir die Quantität der Töne festsetzten – und die Dauer. Wegen ersterer gefällt ein musikalischer Zusammenklang, wenn wir die Ordnung wahrnehmen, welche die Töne nach dem Verhältnis der Tiefe und Höhe untereinander besitzen; wegen letzterer aber gefällt er, wenn wir die Ordnung verstehen, welche die Längen der Töne besitzen.

Außer diesen zweien gibt es bei Tönen nichts anderes, was geeignet wäre Ordnung wahrzunehmen außer vielleicht der Lautstärke; aber obwohl die Musiker für gewöhnlich auch diese in ihren Zusammenklängen nutzen, sodass die Töne bald stark bald schwach erzeugt werden müssen, trachten sie dennoch in der Wahrnehmung des Verhältnisses bzw. der Ordnung, die diese Grade der Stärke untereinander haben, nicht nach Annehmlichkeit; und deswegen definieren sie für gewöhnlich keine Quantität der Stärke noch können sie es.

§. 17. Weil Ordnung die Anordnung der Teile nach einer bestimmten Regel ist, nimmt jemand, der durch Einsicht diese Regel erkennt, auch die Ordnung wahr und die Wahrnehmung selbst gefällt ihm.

In der Musik aber bestimmen die Größen die Ordnung: Denn ob wir Tiefe und Höhe oder die Dauer beachten, beides wird durch Größen bestimmt; ersteres freilich durch die Geschwindigkeit der in der Luft erzeugten Stöße, letzteres aber durch die Zeit, die jeder Ton klingt. Wer also die Beziehung der Geschwindigkeiten der Stöße wahrnimmt, der erfasst die Ordnung der Töne, und dadurch wird er erfreut. Wer in ähnlicher Weise die Dauern der Töne unterscheiden und miteinander vergleichen kann, der erkennt ebenfalls Ordnung und wird deswegen mit Vergnügen erfüllt. Wie wir aber die Ordnung erkennen, muss deutlicher erklärt werden, und freilich für beide Arten getrennt.

§. 18. Bei zwei Tönen werden wir ihre Beziehung wahrnehmen, wenn wir das Verhältnis verstehen, das die Zahlen der in derselben Zeit erzeugten Pulse untereinander haben; sodass wir, wenn der eine in derselben Zeit **3** während der zweite **2** Pulse ausführt, ihre Beziehung ebenso als Ordnung erkennen indem wir dieses Verhältnis als eineinhalb wahrnehmen.

Und auf ähnliche Art erfassen wir die wechselseitige Beziehung mehrerer Töne, wenn wir alle Verhältnisse erkennen, welche die Anzahlen der in derselben Zeit hervorgebrachten Schwingungen der einzelnen Töne untereinander besitzen. Vergnügen erhalten wir auch von Tönen unterschiedlicher Dauer, wenn wir die Verhältnisse wahrnehmen, welche die Zeiten der einzelnen untereinander besitzen. Daraus wird klar, dass alles Vergnügen in der Musik aus der Wahrnehmung der Verhältnisse entsteht die mehrere Zahlen untereinander besitzen, weil auch die Zeiten der Dauern durch Zahlen ausgedrückt werden können.

§. 19. Freilich gibt es eine große Hilfe beim Erfassen der Verhältnisse der Töne, weil wir die Pulse der einzelnen mehrmals wahrnehmen und sie öfter untereinander vergleichen können. Deshalb ist es um vieles einfacher, das Verhältnis zweier Töne durch Hören zu unterscheiden, als das zweier Linien die dasselbe Verhältnis haben durch Betrachten.

Ähnlich aber wäre das Verhältnis der Töne und der Linien, wenn wir nur zwei Stöße der einzelnen Töne erhielten und gezwungen wären über die Beziehung ihrer Intervalle zu urteilen. Aber weil auch bei nicht übermäßig schnellen Tönen in kurzer Zeit sehr viele Pulse erzeugt werden – wie man im vorigen Kapitel sehen kann, wo wir die Anzahl der in einer Sekunde geschehenden Schwingungen einer Saite erklärt haben – wird das Erkennen des Verhältnisses der Töne um vieles einfacher. Daher kann man in der Musik überaus komplexe Verhältnisse verwenden, die der Sehsinn, wenn dieselben bei Linien vorkämen, sehr schwer erkennen würde.

§. 20. Weil tiefere Töne in derselben Zeit weniger Pulse abgeben als höhere, ist es offensichtlich dass das Verhältnis höherer Töne leichter wahrgenommen werden kann als das tieferer, wenn freilich beide gleich lang dauern. Wenn daher alles andere gleich ist, müssen tiefere Töne länger dauern und langsamer einander folgen als höhere, die schneller fortschreiten können. Daher muss man sicher diese Regel befolgen, dass tieferen Tönen größere Dauer zugemessen wird, höheren geringere. Man versteht aber, dass beide umso mehr ausgedehnt werden müssen, je komplexer die Verhältnisse sind, die sie untereinander besitzen, und je schwieriger sie wahrgenommen werden. Es kann daher trotzdem geschehen, dass höhere langsamer einhergehen müssen, während tiefere schnell fortschreiten können; wenn allerdings letztere einfache, erstere aber überaus komplexe Verhältnisse besitzen.

§. 21. Damit aber die Art und Weise leichter verstanden werden kann, in der die Ordnung bzw. das Verhältniß zweier oder mehrerer Töne wahrgenommen wird, werden wir versuchen, für die Anschauung eine bildliche Darstellung vor Augen zu führen so weit das möglich ist.

Die Pulse selbst, die an das Ohr dringen, werden wir als auf einer geraden Linie positionierten Punkte darstellen, deren Distanzen den Abständen der Pulse entsprechen; mehrere Figuren dieser Art stellt *Tab. I.* dar.

Tab. I.

1 • Fig. 1.

2
1 • Fig. 2.

3
1 • Fig. 3.

4
1 • Fig. 4.

3
2 Fig. 5.

4
3 Fig. 6.

5
4 Fig. 7.

5
3 Fig. 8.

6
5
4 Fig. 9.

Auf diese Weise wird also ein gleichmäßiger Klang, das heißt einer, der durch seine gesamte Dauer dieselbe Tiefe oder Höhe hat, durch eine Reihe von äquidistanten Punkten wie in *Fig. 1.* beschrieben.

Weil in dieser überall das Verhältnis der Gleichheit sichtbar wird, ist nicht zu zweifeln, dass die Ordnung sehr einfach verstanden wird.

Der Einklang oder „unisono“ wie man ihn gewöhnlich nennt begründet uns den ersten und einfachsten Grad Ordnung wahrzunehmen, den wir den ersten „Grad der Annehmlichkeit“ (*gradus suavitatis*) nennen werden, und diesen hat das Verhältnis **1:1** in Zahlen.

§. 22. Wenn nun dem Gehör zwei Töne vorliegen, die das doppelte Verhältnis besitzen, sollen diese durch zwei Reihen von Punkten ausgedrückt werden, in deren zweiter die Distanzen der Punkte zweimal größer sind als in der ersten; wie in *Fig. 2.*, wo die obere Reihe den höheren Ton, die untere aber den tieferen darstellt.

Wenn man diese gleichzeitig betrachtet, wird auch leicht eine Ordnung wahrgenommen, wie sich bei Durchsicht der Figur zeigt. Weil diese aber nach dem unisono die einfachste ist, definieren wir sie als den zweiten Grad der Annehmlichkeit, der daher im Verhältnis der Zahlen **1:2** enthalten ist.

Auf ähnliche Weise zeigt *Fig. 3.* das Verhältnis **1:3** und *Fig. 4.* das Verhältnis **1:4**.

Welches von den beiden einfacher wahrzunehmen ist, kann man in beide Richtungen diskutieren. Ersteres nämlich hat die Eigenschaft, dass es mit kleineren Zahlen ausgedrückt wird, letzteres aber, das Vierfache, scheint deswegen einfacher wahrzunehmen, weil es das Doppelte des doppelten Verhältnisses ist und daher nicht viel schwieriger erkannt wird als das Doppelte selbst.

Deswegen werden wir beide zum selben Grad zusammenwerfen, also zum dritten.

§. 23. So wie also das Verhältnis **1:1** den ersten Grad der Annehmlichkeit begründet und das Verhältnis **1:2** den zweiten, und genauso das Verhältnis **1:4** zum dritten führt; so werden wir zum vierten Grad das Verhältnis **1:8** rechnen, und zum fünften **1:16**, und so weiter nach einer geometrischen Folge mit jeweiliger Verdopplung. Infolgedessen ist es deutlich, dass das Verhältnis **1:2ⁿ** zum Grad führt, der mit der Zahl **n + 1** dargestellt wird.

Umso lieber habe ich diese Verteilung der Grade angenommen, weil sie gleichmäßig in der Möglichkeit der Wahrnehmung fortschreiten, sodass, um wie viel z.B. der fünfte Grad schwieriger wahrgenommen wird als der vierte, um soviel schwieriger dieser erkannt wird als der dritte, und dieser selbst als der zweite. Dazwischen definiere ich keine mittleren fortschreitenden Grade sodass **n** eine Bruchzahl würde, weil in diesem Fall das Verhältnis irrational und überhaupt nicht erfassbar wäre.

§. 24. Wenn also die Zahl zusammengesetzt ist (d.h. Teiler hat), die zur Einheit die Beziehung hat die den zwei Tönen entspricht, ergibt sich daraus dass dann der Grad der Annehmlichkeit auch kleiner wird; so wie wir gesehen haben, dass das Verhältnis **1:4** nicht für komplexer zu halten ist als **1:3** obwohl **4** größer ist als **3**.

Dagegen ist augenscheinlich, dass der Grad der Annehmlichkeit aus der tatsächlichen Größe der Zahlen zu bewerten ist, wenn sie Primzahlen sind; so wird das Verhältnis **1:5** einfacher sein als **1:7**, obwohl es etwa nicht einfacher ist als **1:8**. Und über Primzahlen kann man durch Schlussfolgerung noch etwas feststellen: Weil nämlich **1:1** den ersten Grad ergibt, **1:2** den zweiten Grad, **1:3** den dritten, schließen wir dass **1:5** zum fünften führt, **1:7** zum siebenten, und allgemein **1:p**, sofern **p** eine Primzahl ist, zum Grad der mit der Zahl **p** bezeichnet wird.

§. 25. Geschlossen wird weiter nach §. 23. dass, wenn das Verhältnis **1:p** zum Grad führt dessen Index **m** sei, das Verhältnis **1:2p** zum Grad **m + 1** gehört, **1:4p** zum Grad **m + 2**, und **1:2ⁿp** zum Grad **m + n**.

Wenn nämlich **p** mit **2** multipliziert wird, braucht man zur Wahrnehmung des Verhältnisses außer der Wahrnehmung des Verhältnisses **1:p** eine Zweiteilung oder Verdoppelung, durch die wie in der einfachsten Operation der Grad der Annehmlichkeit um die Eins erhöht wird.

In ähnlicher Art kann man den Grad der Annehmlichkeit des Verhältnisses **1:pq** bestimmen, wenn **p** und **q** Primzahlen sind: denn **1:pq** ist um ebenso viel komplexer als **1:p**, wie **1:q** komplexer ist als **1:1**.

Daher muss der Grad des Verhältnisses **1:pq** mit **p**, **q** und **1** eine arithmetische Beziehung bilden, und wird folglich also **p + q – 1** sein.

§. 26. Diese Berechnung gilt auch allgemein: Wenn nämlich das Verhältnis **1:P** den Grad **p** besitzt und das Verhältnis **1:Q** den Grad **q**, wird wegen der angeführten Berechnungen das Verhältnis **1:PQ** den Grad **p + q – 1** besitzen.

Offensichtlich sind die Grade beider Teilverhältnisse miteinander zu addieren und von der Summe die Eins zu subtrahieren.

Daher wird beim Verhältnis **1:pqr** (bei gegebenen Primzahlen **p**, **q** und **r**), das aus **1:pq** und **1:r** zusammengesetzt ist, deren Grade **p + q – 1** und **r** sind, der Grad der Annehmlichkeit **p + q + r – 2** sein.

In ähnlicher Art und Weise wird der Grad des Verhältnisses **1:pqrs** **p + q + r + s – 3** sein.

Und der Grad des Verhältnisses **1:PQRS** wird **p + q + r + s – 3** sein, wenn die Grade der Verhältnisse **1:P**, **1:Q**, **1:R** und **1:S** freilich **p**, **q**, **r** und **s** sind.

§. 27. Also sieht man daraus, dass der Grad der Annehmlichkeit des Verhältnisses $1:p^2$, wenn freilich eine Primzahl p angenommen wird, $2p - 1$ ist, und dass der Grad des Verhältnisses $1:p^3$ $3p - 2$ ist, und dass allgemein das Verhältnis $1:p^n$ den Grad $np - n + 1$ bewirkt.

Weil daher $1:q^m$ zum Grad $mq - m + 1$ führt, muss nach der Regel, die im vorigen Paragraphen gegeben wurde, das aus diesen beiden zusammengesetzte Verhältnis $1:p^n q^m$ den Grad $np + mq - n - m + 1$ bewirken.

Und welche Zahl P auch immer im Verhältnis $1:P$ steht, der Grad zu dem sie führt wird erhalten, indem man sie in alle ihre Primfaktoren zerlegt, diese miteinander addiert und von deren Summe die um die Eins verminderte Anzahl der Faktoren subtrahiert.

Wenn so der Grad des Verhältnisses $1:72$ gesucht ist, muss, weil $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ und die Summe dieser Faktoren 12 und deren Anzahl 5 ist, 4 von 12 subtrahiert werden; 8 wird der Grad der Annehmlichkeit für das Verhältnis $1:72$ sein.

§. 28. Wenn ein Verhältnis zwischen drei Zahlen wie $1:p:q$ vorliegt, wo p und q Primzahlen sind, wird es notwendig sein, in ihm die Verhältnisse $1:p$ und $1:q$ wahrzunehmen. Aber diese zwei Verhältnisse zugleich sind gleich einfach wahrzunehmen wie das aus ihnen zusammengesetzte $1:pq$.

Welchen Grad daher das Verhältnis $1:p:q$ bewirkt, ist aus der Zahl pq nach der erklärten Regel zu erkennen. Auf dieselbe Weise wird beim Verhältnis von vier Zahlen $1:p:q:r$, wo p, q, r wiederum Primzahlen sind, der Grad aus der Zahl pqr hervorgehen.

Wenn so vier durch die Zahlen $1:2:3:5$ ausgedrückten Töne vorliegen, muss aus der Zahl 30 der Grad erkannt werden, auf den die Fähigkeit des Erfassens ihrer Ordnung untereinander führt, und das ergibt den achten Grad.

§. 29. Es müssen aber diese Primzahlen alle ungleich sein, andernfalls die angewandte Rechnung nicht stimmt. Denn das Verhältnis $1:p:p$ wird gleich leicht erfasst wie $1:p$, weil die zwei letzteren Zahlen, die ein Verhältnis der Gleichheit haben, wie eine behandelt werden können; auch nicht äquivalent zu werten ist dieses Verhältnis dem folgenden $1:p^2$.

Ähnlich darf man auch, wenn die Zahlen p, q, r usw. keine Primzahlen sind, nicht auf diese Weise rechnen.

Wenn so ein Verhältnis $1:pr:qr:ps$ sei, mit gegebenen Primzahlen p, q, r und s , muss man nur die einfachen Verhältnisse $1:p$, $1:q$, $1:r$ und $1:s$ beachten, nicht aber die Verhältnisse $1:p$ und $1:r$ zweimal, obwohl sie zweimal auftreten. Daher wird der Grad der Annehmlichkeit aus dem Verhältnis, das aus diesen einfachen zusammengesetzt ist, zu ermitteln sein, $1:pqrs$, also aus der Zahl $pqrs$.

§. 30. Wenn wir aber nicht nur die Zahl **pqrs** selbst betrachten sondern auch die Art wie sie entsteht, erkennen wir, dass diese Zahl **das kleinste gemeinsame Vielfache** der Zahlen **1, pr, qr** und **ps** ist, also die kleinste Zahl die durch diejenigen dividiert werden kann, zwischen denen es die Aufgabe war ein Verhältnis zu finden.

Daraus formen wir folgende allgemeine Regel um den Grad der Annehmlichkeit zu erkennen, in dem man das Verhältnis mehrerer Zahlen wahrnimmt die zugleich vorliegen:

Zweifellos muss ihrer aller kleinstes gemeinsames Vielfaches gesucht werden; und aus dieser Zahl wird nach der Regel, die oben in §. 27. gegeben wurde, der Grad an Annehmlichkeit bestimmt werden.

Ich habe daher folgende Tabelle eingefügt, aus der hervorgeht, zu welchem Grad jedes beliebige kleinste gemeinsame Vielfache im Ergebnis führt. Ich habe sie aber nicht über den sechzehnten Grad hinaus weitergeführt, weil für gewöhnlich nur selten Zahlen auftreten, die zu höheren Graden führen.

§. 31. In dieser Tabelle also bezeichnen die römischen Zahlen die Grade der Annehmlichkeit und die folgenden Zahlen (in der zweiten Spalte) alle kleinsten gemeinsamen Vielfachen, die zu ihnen führen:

I.	1.
II.	2.
III.	3; 4.
IV.	6; 8.
V.	5; 9; 12; 16.
VI.	10; 18; 24; 32.
VII.	7; 15; 20; 27; 36; 48; 64.
VIII.	14; 30; 40; 54; 72; 96; 128.
IX.	21; 25; 28; 45; 60; 80; 81; 108; 144; 192; 256.
X.	42; 50; 56; 90; 120; 160; 162; 216; 288; 384; 512.
XI.	11; 35; 63; 75; 84; 100; 112; 135; 180; 240; 243; 320; 324; 432; 576; 768; 1024.
XII.	22; 70; 126; 150; 168; 200; 224; 270; 360; 480; 486; 640; 648; 864; 1152; 1536; 2048.

XIII.	13; 33; 44; 49; 105; 125; 140; 189; 225; 252; 300; 336; 400; 405; 448; 540; 720; 729; 960; 972; 1280; 1296; 1728; 2304; 3072; 4096.
XIV.	26; 66; 88; 98; 210; 250; 280; 378; 450; 504; 600; 672; 800; 810; 896; 1080; 1440; 1458; 1920; 1944; 2560; 2592; 3456; 4608; 6144; 8192.
XV.	39; 52; 55; 99; 132; 147; 175; 176; 196; 315; 375; 420; 500; 560; 567; 675; 756; 900; 1008; 1200; 1215; 1344; 1600; 1620; 1792; 2160; 2187; 2880; 2916; 3840; 3888; 5120; 5184; 6912; 9216; 12288; 16384.
XVI.	78; 104; 110; 198; 264; 294; 350; 352; 392; 630; 750; 840; 1000; 1120; 1134; 1350; 1512; 1800; 2016; 2400; 2430; 2688; 3200; 3240; 3584; 4320; 4374; 5760; 5832; 7680; 7776; 10240; 10368; 13824; 18432; 24576; 32768.

§. 32. Es gibt mehrere Arten das kleinste gemeinsame Vielfache zu finden, von denen wir eine erklären wollen die für unsere Arbeit am vorteilhaftesten ist. Man zerlege die einzelnen gegebenen Zahlen in ihre Primfaktoren und markiere die Stellen, an denen jeder beliebige dieser Faktoren die höchste Vielfachheit (die größte Potenz) hat; dann nehme man das Produkt aus diesen Faktoren mit den größten Potenzen, und das wird das kleinste gemeinsame Vielfache der gegebenen Zahlen sein.

Seien z.B. folgende Zahlen gegeben: **72, 80, 100, 112**, die in Primfaktoren zerlegt $2^3 \cdot 3^2$, $2^4 \cdot 5$, $2^2 \cdot 5^2$, $2^4 \cdot 7$ sind, und die Primfaktoren **2, 3, 5, 7**. Von denen hat der erste (**2**) die größte Potenz **4**, die größte Potenz des zweiten (**3**) ist **2**, gleich für den dritten (**5**), aber für den vierten (**7**) tritt die erste Potenz auf. Daher ist das kleinste gemeinsame Vielfache $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ oder **25200**, und das führt zum dreiundzwanzigsten Grad.

§. 33. Wenn man also beliebige Zahlen gegeben hat, werden wir aus den dargelegten Regeln erfahren können, ob es einfach oder schwierig ist ihr gegenseitiges Verhältnis und ihre Ordnung wahrzunehmen, und zu welchem Grad. Mehrere Fälle werden wir miteinander vergleichen können und beurteilen, welcher von ihnen einfacher erfasst werden kann.

Aber diese Zahlen, die das vorliegende Verhältnis bestimmen, müssen rationale, ganze und möglichst kleine sein.

Das erste davon kann man leicht verstehen, weil in den irrationalen Zahlen keine derartige Ordnung enthalten ist.

Ganze Zahlen müssen es aber sein, weil die Definition des kleinsten gemeinsamen Vielfachen keine Brüche umfasst; durch bekannte Regeln aber können die Brüche in ganze Zahlen umgewandelt werden, sodass dieselbe wechselseitige Relation erhalten bleibt.

Außerdem müssen diese Verhältnisse in möglichst kleinen Zahlen ausgedrückt sein, sodass es keine andere Zahl außer der Eins gibt, durch die alle geteilt werden können. Wenn sie aber nicht kleinstmöglich sind, muss man sie vorher durch den größten gemeinsamen Teiler dividieren, den sie haben.

§. 34. Auf diese Weise können also auch die Grade der Annehmlichkeit der nicht komplizierten Verhältnisse bestimmt werden, wie wir sie zu Beginn betrachteten.

So führt des Verhältnis **2:3** zum vierten Grad, da das kleinste gemeinsame Vielfache **6** ist, und wird gleich einfach wahrgenommen wie das Verhältnis **1:6** oder **1:8**.

Diese Wahrnehmung aber entspricht der Betrachtung der punktierten Figur *Fig. 5.*, in der freilich die Ordnung leicht erkannt werden kann.

Und aus eben solchen Figuren wird man erkennen, wie schwierig Verhältnisse wahrgenommen werden die zu höheren Graden führen; wenn z.B. das Verhältnis **5:7** gegeben ist das zum elften Grad gehört, wird man aus dessen auf solche Weise gezeichneter Figur die Ordnung schon ziemlich schwierig wahrnehmen. Ebenso verhält sich die Sache in den darauffolgenden Graden, sodass es aus Figuren dieser Art offensichtlich ist, dass die Ordnung umso schwieriger wahrgenommen werden kann mit je höherer Zahl der Grad ausgedrückt wird.

§. 35. Von hier aus eröffnen sich noch um vieles breitere Anwendungen dieser Art und Weise die Wahrnehmung von Ordnung zu beurteilen als nur bei Tönen die sich an Tiefe und Höhe unterscheiden.

Man kann sie nämlich auch für Klänge verschiedener Dauer anpassen, indem man die Töne mit zur Dauer proportionalen Zahlen beschreibt. Doch bei letzteren kann man die Grade nicht so fortdauernd verwenden wie im ersten Fall in dem die Tiefe und Höhe der Töne betrachtet wird, weil dort ja die Pulse öfter wiederkehren und deswegen die Beziehung leichter erkannt wird. Die Wahrnehmung des Verhältnisses mehrerer an Dauer unterschiedlicher Töne ist hingegen vergleichbar der Betrachtung von Linien, deren gegenseitige Beziehung man aus einem einzigen Hinsehen verstehen muss.

Außerdem wird diese Arbeit auch bei allen anderen Dingen, in denen Anmut und Ordnung enthalten sein soll, großen Nutzen haben, wenn freilich das was die Ordnung bewirkt auf Größen zurückgeführt und mit Zahlen ausgedrückt werden kann; so wie in der Architektur, in der für die Anmut erforderlich ist, dass alle Teile eines Gebäudes in einer wahrnehmbaren Ordnung angelegt sind.

Musik im Allgemeinen

§. 1. Vielleicht hält man es für weniger notwendig hier eine Definition von Musik anzuführen, weil jedem bekannt ist welche Disziplin mit diesem Namen bezeichnet wird. Dennoch meine ich, dass uns großer Nutzen aus einer für unsere Arbeit geeigneten Definition kommen wird, sowohl für die Einteilung des Werks als auch für die Art und Weise jeden Abschnitt zu behandeln. So definiere ich also die Musik, dass ich sie bezeichne als

**„die Wissenschaft, verschiedene Töne so zu verbinden,
dass sie dem Gehör angenehme Harmonie gewähren“.**

Und deswegen habe ich schon in den vorigen Kapiteln erklärt, dass die Lehre sowohl von den Tönen als auch von den Prinzipien der Harmonie ausgedehnter dargelegt werden soll, wodurch nicht nur die Definition selbst leichter erfasst werden kann, sondern auch die Art und Weise durchblickt wird, mit der es am besten passt sie zu erörtern.

§. 2. Für gewöhnlich wird die Musik meistens in zwei Teile geteilt, einen theoretischen und einen praktischen.

Von ersterem ist bestimmt, dass er die Vorschriften einer musikalischen Komposition erklären soll, und er wird mit einem eigenen Namen „Harmonie“ genannt.

Die Aufgabe des praktischen Teils, so sagt man, besteht darin dass er lehrt durch Tun die vorgeschriebenen Töne entweder mit der Stimme oder mit Instrumenten zu erzeugen; und ihm allein wird für gewöhnlich der Name „Musik“ gegeben.

Daraus erkennt man, dass der theoretische Teil der wichtigste ist, weil der zweite ohne ihn nichts bewirken kann; dass er aber dennoch ohne den praktischen Teil seinen Zweck, den Genuss, nicht erreichen kann. Weil aber dieser praktische Teil nichts anderes ist als die Kunst Musikinstrumente zu gebrauchen, werden wir ihn nicht berühren wenn wir unsere Thesen aufstellen.

§. 3. Oben wurde gezeigt, dass Tönen auf zwei Arten Annehmlichkeit zugeordnet werden kann, deren eine ihre Tiefe und Höhe berücksichtigt, die andere ihre Dauer. Und wer die heutige Musik aufmerksamer betrachten will, der wird dadurch entdecken, dass alle Annehmlichkeit, die in ihr enthalten ist, sowohl durch die Vielfalt der Tiefe und Höhe als auch durch die Dauer der Töne entsteht. Man kann freilich nicht leugnen, dass die unterschiedliche Kraft der Töne, mit der sie bald stärker bald schwächer hervorgebracht werden, nicht wenig an

Annehmlichkeit beiträgt; aber weil ihre Messung gewöhnlich weder beschrieben wird noch so genau von den Hörenden unterschieden werden kann sondern dem Ermessen des Musizierenden überlassen bleibt, können wir sie nicht zu diesen Unterschieden, über die wir gesprochen haben – Tonhöhe und Tondauer – hinzurechnen.

Allgemein kann aber folgendes gesagt werden, dass die Töne, die eine gewisse größere Emphase haben, auch mit größerer Kraft ausgedrückt werden sollen.

§. 4. Außerdem bringt die Unterschiedlichkeit der Musikinstrumente für gewöhnlich keine geringe Annehmlichkeit, und es kommt sehr darauf an was für ein Instrument verwendet wird um die vorgeschriebene Melodie auszudrücken.

Denn die eine erfordert eine Leier, eine andere eine Laute, eine andere eine Pfeife oder Flöte, eine andere ist mehr für Hörner und Trompeten geeignet.

Diese Instrumente unterscheiden sich nicht nur durch die Art der Klänge, sondern die einzelnen haben vor den anderen in der Regel die gewisse Eigenschaft, dass sie leichter oder eleganter die vorliegende Folge von Tönen ausführen können.

Deswegen müssen jene, die musikalische Zusammenklänge und Melodien komponieren, sorgfältig auf die Natur der Instrumente achten, damit sie nichts verwenden, das entweder nicht bequem oder nicht elegant ausgeführt werden kann.

Daher wird von den Musikern gewöhnlich ein Instrument bestimmt, dessen Verwendung am meisten passt um die vorgeschriebene Melodie zu spielen.

§. 5. Obwohl wir nur zwei Prinzipien der Klänge zugelassen haben, nämlich die Unterschiede im Verhältnis der Tonhöhe und in der Tondauer, wird Annehmlichkeit im reichen Vorrat der Klänge dennoch auf drei Arten enthalten sein können.

Erstens kann nämlich alle Annehmlichkeit allein durch die Verschiedenheit der Höhe und der Tiefe entstehen, wenn alle entweder in gleichen Längen existieren oder wenn die Dauer ganz vernachlässigt und keine Aufmerksamkeit darauf gelegt wird.

Zweitens werden alle Töne, auch wenn sie gleich tief oder hoch sind, trotzdem wegen der Ordnung, die ihre Längen zueinander haben, Annehmlichkeit besitzen können.

Drittens aber wird man, wenn man diese beiden Arten verbindet, den vollendetsten Grad der Annehmlichkeit aus dem Melodieverlauf und der Dauer der Klänge erhalten. Dann muss man Musik als herausragend schätzen, wenn die Annehmlichkeit sowohl durch das Verhältnis der Längen der Töne als auch von deren Größe – die in den Tonhöhenunterschieden enthalten ist – offenbart wird, soweit dies geschehen kann.

§. 6. Zu dieser letzteren dritten Spezies kann man beinahe die gesamte heutige Musik zählen. In ihr wird nämlich nicht nur die Melodielinie herangezogen um Annehmlichkeit zu erzeugen, sondern die Musiker verwenden für gewöhnlich auch noch die Tonlänge um diese Annehmlichkeit noch sehr zu vergrößern; daraus hat der Takt oder Schlag seinen Ursprung.

Unterdessen wollen wir jetzt dennoch Beispiele der ersten zwei Arten betrachten. Denn wer Chormusik und kirchliche Hymnen betrachtet, erkennt, dass alles was sie an Annehmlichkeit haben allein vom Verlauf der Töne und einer geeigneten Abfolge von Konsonanzen entsteht.

Pauken aber bieten ein Beispiel der zweiten Art, weil sich bei ihnen alle Töne an Tiefe und Höhe beinahe um nichts unterscheiden und alle Annehmlichkeit vor allem von der Geschwindigkeit der Schläge abhängt und daher allein auf der Verschiedenheit der Längen beruht.

§. 7. In allen diesen Spezies aber muss der, der eine Melodie oder einen musikalischen Zusammenklang zu komponieren beschlossen hat, außer auf die allgemeinen Regeln der Annehmlichkeit vor allem auch darauf achten, ob er die Hörenden zu Freude oder zu Traurigkeit wenden will. Denn im vorigen Kapitel wurde schon gezeigt, durch welche Dinge beides erreicht wird.

Das muss auch vor allem beim Komponieren von Melodien zu vorliegenden Hymnen beachtet werden; denn wenn traurige Worte oder Sätze auftreten, richten die Musiker gewöhnlich die Melodie so ein, dass die Ordnung schwieriger wahrgenommen werden kann. Deswegen benutzen sie entweder weniger einfache Konsonanzen oder schwieriger wahrzunehmende Abfolgen, oder sie legen die Längen der Töne so fest, dass die Wahrnehmung ihrer Verhältnisse schwieriger wird. Das Gegenteil machen sie, wenn der Text im Inhalt zu Freude lenkt.

§. 8. Überhaupt muss ein musikalisches Werk einer Rede oder einem Gedicht ähnlich sein. So wie es nämlich auch bei diesen nicht ausreicht, geschmackvolle Worte und Phrasen zu verbinden, sondern wie außerdem eine geordnete Verteilung der Gegenstände selbst und eine geeignete Anlage der Argumente enthalten sein soll, so muss auch in der Musik ein ähnlicher Plan erscheinen. Denn es erfreut nicht sonderlich mehrere Konsonanzen in eine Folge geworfen zu haben – wenn auch die einzelnen genügend Annehmlichkeit haben – sondern es muss in ihnen Ordnung offensichtlich sein, geradezu als müsste eine gewisse Rede in ihnen ausgedrückt werden. Und dabei hilft es am ehesten, auf den Grad der Einfachheit oder Schwierigkeit zu blicken mit dem Ordnung wahrgenommen wird; und je nachdem was das Vorhaben erfordert, wird Freude und Trauer entweder abgewechselt, oder bald diese, bald jene angestrebt und wieder vermindert werden müssen.

§. 9. Sehen wir also, auf welche Weise es am meisten passt jede beliebige dieser Spezies der Musik zu behandeln.

Deren erste freilich besteht, weil ja wie schon gesagt jede Ordnung der Längen fehlt oder nicht in Betracht gezogen wird, zur Gänze in der Abfolge der Töne des Verlaufs. In dieser aber erklingen meistens mehrere Töne zugleich, wodurch ein Zusammenklang entsteht der „Konsonanz“ genannt wird. Ich will aber hier nicht den Namen Konsonanz im gewöhnlichen Sinn gebrauchen, mit dem sie der Dissonanz gegenüber gestellt wird, sondern ich will mit diesem Wort den Klang mehrerer zugleich erklingender Töne bezeichnen. Und mit dieser Bezeichnung kann ein Einzelton als der unterste und einfachste Grad der Konsonanzen betrachtet werden wie bei den Zahlen für gewöhnlich die Eins gesetzt wird.

Daher besteht die erste Spezies von Musik in einer Reihe einander folgender Konsonanzen, die eine annehmliche Harmonie begründen.

§. 10. Über die Konsonanzen müssen wir uns also zuallererst verbreitern, und zuerst soll erforscht werden, welche Töne benötigt werden um eine angenehme Konsonanz zu bilden, und darauf zu welchem Grad der Annehmlichkeit alle führen. Daraus werden sich unzählige Arten von Konsonanzen ergeben, die im Folgenden der Reihe nach, soweit die Überlegung der Arbeit es erfordern wird, für den Gebrauch abgeleitet werden können.

Wenn diese also erklärt sind, wird es notwendig sein zu erforschen, wie zwei Konsonanzen beschaffen sein müssen, dass sie eine angenehme Abfolge bewirken wenn sie nacheinander auftreten.

Schließlich wird man zum Beispiel mehrerer Konsonanzen gelangen, bei dem untersucht werden wird, welcher Art die einzelnen sein müssen, dass sie den Hörsinn mit Annehmlichkeit erfüllen.

Wenn das getan ist, wird es bei jeder beliebigen vorliegenden Reihe von Konsonanzen möglich sein zu beurteilen wie viel an Annehmlichkeit sie beinhaltet; wenn zuerst die einzelnen Konsonanzen gesondert, und darauf die einzelnen Folgen und die gemeinsamen Verbindungen aller betrachtet werden.

§. 11. Daraus werden sich uns zahllose Möglichkeiten zeigen Folgen von derartigen Konsonanzen zu komponieren, von denen bei den Musikern nur besondere Spezialfälle in Gebrauch sind. Weil aber die einzelnen von ihnen bestimmte Töne erfordern, wird zu erkennen sein welche Töne in jedem Modus des Komponierens nötig sind, sodass klar wird für welche zu spielenden Töne die Musikinstrumente eingerichtet werden müssen.

Darauf folgt eine umfangreichere Ausführung über die musikalischen Modi und ihre Veränderung und über andere Dinge, durch die die musikalische Komposition genauer bestimmt und in Schranken gehalten wird.

Schließlich werden wiederum die einfachen Glieder – also die Konsonanzen – überprüft, und es wird sorgfältiger untersucht, welche Art für jeden Zweck verwendet werden soll und auf welche Art es passt, dass sie untereinander ausgetauscht und dass andere stellvertretend an ihren Platz gestellt werden. Die Komposition, die nur aus diesen Vorschriften besteht und die Längen der Töne vernachlässigt, wird für gewöhnlich als einfach bzw. ungebunden bezeichnet, weil sie auf eine gewisse Art einer Rede ähnelt, die ungebunden und ohne jedes Metrum ist.

§.12. Darauf soll die zweite Spezies von Musik dargelegt werden, die bei den Beziehungen der Töne den Unterschied von tief und hoch nicht beachtet und ganz mit der Annehmlichkeit beschäftigt ist die durch ihre Längen erreicht werden soll. Diese aber wird, wie im zweiten Kapitel gezeigt wurde, erhalten werden, wenn das Verhältnis und die Ordnung wahrgenommen werden kann, die die Längen der einzelnen Töne untereinander haben. Jeder Ton soll also eine gemessene und bestimmte Zeit seiner Dauer haben, und die Zeiten aller müssen so beschaffen sein, dass ihr Verhältnis wahrnehmbar wiedergegeben wird. Um von den einfacheren zu beginnen, muss zuerst untersucht werden, welche Dauer zwei Töne haben müssen damit die Zuhörenden ihr Verhältnis wahrnehmen können; damit durch diesen Grad der Einfachheit derartige Verhältnisse verstanden werden können. Danach werden auf ähnliche Art und Weise mehrere Töne in Betracht gezogen werden.

§. 13. So wie aber die Teilung der Zeit in gleiche Teile nicht nur überall angewandt wird sondern dem Menschen beinahe natürlich zu sein scheint; so werden in der Musik alle Töne auf gleiche Zeiten bezogen, auch wenn sie selbst ganz ungleiche Längen haben.

Aus diesem Grund unterteilt man die Zeit in gleiche Abschnitte und verteilt in die einzelnen die Töne so, dass die Summe ihrer Längen dem derartigen Abschnitt gleich ist. Bald werden daher mehr Töne, bald weniger in derselben Zeit hervorgebracht, je nachdem ob sie von kürzerer oder längerer Dauer sind. Und ein derartiger Teil der Zeit wird gewöhnlich, da er meistens durch Schlagen der Hand bezeichnet wird, „Takt“ bzw. „Schlag“ genannt.

Die Folge der Töne wird also in dieser Spezies der Musik auf solche Schläge aufgeteilt, die auf ähnliche Art und Weise voneinander getrennt sind wie Versfüße oder Verse in gebundener Rede.

§. 14. Der Schlag wird danach auf zweifache Art weiter unterschieden, durch das Verhältnis einerseits der Dauer, andererseits der Unterteilung. Auf die erste Art wird der eine langsam, der andere schnell, so wie seine Zeit länger dauert oder kürzer.

Die aus der zweiten Art entstehende Verschiedenheit ist überaus mannigfaltig, weil ein Schlag auf viele Arten unterteilt werden kann. Denn er wird von Natur anders sein, wenn er in zwei Teile unterteilt wird (und auch darin wird ein Unterschied sein, so wie diese Teile gleich oder ungleich sind), anders wenn er in drei, anders wenn er in vier Teile unterteilt wird. Daraus entsteht allein in dieser Spezies der Musik eine sehr große Vielfalt, sodass überhaupt keine Aufzählung der Fülle gemacht werden kann.

§. 15. Oft pflegen ferner die Schläge verändert zu werden, sowohl im Verhältnis der Dauer als auch der Unterteilung, sodass einmal nach einem schnellen ein langsamer, einmal nach einem langsamen ein schneller platziert wird. Im Verhältnis aber der Unterteilung können die Schläge zweigeteilt, dreigeteilt und auf viele andere Arten verändert und untereinander gemischt werden. Diese Fülle wird aber dadurch noch stark vervielfacht, dass es mehrere Arten eines nach derselben Weise aufgeteilten Schlags gibt, weil diese Abschnitte weiters verschieden verziert werden. Außerdem wird in beiden Arten gleichzeitig die Anzahl der Veränderungen ins Unermessliche gesteigert werden, wenn man freilich die Schläge nicht nur im Verhältnis der Unterteilung sondern auch der Dauer verändert. All das und welche Regeln beachtet werden müssen, kann man aus dem zweiten Kapitel ableiten.

§. 16. Die Schläge aber und ihre Teile werden, wie wir schon gesagt haben, von den Hörern auf dieselbe Art wahrgenommen wie die Verse, Versfüße und einzelne Silben eines Gedichts. Und wie bei diesen kaum irgendein merkbares Zögern eines Rezitierenden wahrgenommen werden kann auch wenn tatsächlich ein Zwischenraum vorhanden ist, so können auch die Schläge und ihre Teile voneinander unterschieden werden, indem eine überaus kleine und beinahe nicht wahrnehmbare Pause am Ende eines Taktes oder irgendeines Teiles davon eingefügt wird.

Viel bewirkt aber auch zu dieser Unterscheidung der Klänge eine unterschiedliche Lautstärke: die wichtigsten nämlich, d.h. jene die den Takt und seine Teile einleiten, werden erheblich stärker hervorgebracht. Daher versteht man, dass die ersten Töne in jedem Takt und seinen Teilen gleichzeitig die gewichtigen, die übrigen aber, wie sie geringere Lautstärke haben, so auch die weniger gewichtigen sein müssen.

§. 17. So wie also die Teile des Taktes mit den einzelnen Silben gebundener Rede und die Takte selbst mit den Versfüßen oder Versen verglichen werden können, so bestimmen einige Takte eine ganze Periode und mehrere von diesen einen ganzen Abschnitt der Rede. Deswegen sollen ähnliche Regeln in der Musik und in den Reden befolgt werden, sodass jeder beliebige Takt einer Melodie eine

bestimmte unterschiedliche Bedeutung repräsentieren soll und dass mehrere von ihnen, die einer Periode einer Rede d.h. einem Vers entsprechen, gleichsam die gesamte Bedeutung einer Melodie umfassen sollen. Daher sind sie mit bestimmten Klauseln zu beschließen, die das Ende angemessen bestimmen. Und auch diese selbst werden unterschiedlich sein müssen, je nachdem ob sie nur einen Teil einer Periode oder die gesamte Periode oder die gesamte Rede beschließen.

§. 18. Der letzte Klang aber jeder Periode muss ein gewichtiger sein, und deswegen muss er der erste entweder in einem Takt oder in einem Taktteil sein. Daher kommt es, dass weder eine musikalische Periode noch eine Rede am Ende eines Schlags beschlossen werden kann, sondern dass ein derartiges Ende den Beginn eines Taktes oder irgendeines Teils davon einnehmen muss. Die Fortschreitung aber und Vorbereitung auf das Ende wird entweder auf das Ende eines Taktes oder irgendeines Teils davon fallen, sodass der folgende gewichtige Klang die Periode beendet. Denn weniger gewichtige Klänge werden nur aus dem Grund verwendet dass sie die gewichtigen selbst verbinden; deswegen müssen sie zwischen den gewichtigen positioniert sein und können den Gesang weder beginnen noch beenden. Eine ausführlichere Erklärung von all diesem soll in der Behandlung der dritten musikalischen Spezies dargelegt werden.

§. 19. Als dritte wird schließlich die musikalische Spezies darzulegen sein, in der beide der vorhergehenden verbunden werden. Daher wird diese am meisten an Annehmlichkeit haben, weil die Töne nicht nur durch Verhältnis der Tonhöhen wie in der ersten Spezies sondern auch durch das Verhältnis der Dauer wie in der zweiten eine wahrnehmbare Ordnung beinhalten. Und daher gefällt diese Musik notwendigerweise auch umso mehr, je größer die Ordnung in beiden (Tonhöhe und Tondauer) ist.

Klar ist aber, dass es in dieser dritten Spezies um vieles schwieriger ist etwas Vollkommenes auszuarbeiten als in den zwei vorigen, deshalb weil sie beide Vollkommenheiten gemeinsam umfassen soll. Deshalb fordert die Natur der Sache selbst, dass zuerst in den zwei vorigen Spezies Arbeit und Fleiß aufgewendet werden soll bevor die dritte behandelt wird; denn wenn in beiden Spezies gesondert keine Annehmlichkeit erhalten werden kann, wird auch in dieser, die aus ihnen verbunden ist, nichts Annehmliches hervorgebracht werden.

Wenn man aber die zwei vorigen Spezies verstanden hat, wird es nicht schwierig sein durch Verbinden der beiden die dritte zu erfassen.

§. 20. In dieser dritten Spezies befindet sich die größte Vielfalt der Komposition; nicht nur gibt es bei ihr so viele Verschiedenheiten wie in beiden der vorigen gemeinsam, sondern durch das Kombinieren dieser beiden existiert eine

beinahe unendliche Zahl an Variationen. Wenn nämlich die Zahl der verschiedenen Melodien der Komposition in der ersten Spezies m sei, und die Anzahl der unterschiedlichen Taktarten und der Formen der Unterteilung in der zweiten Spezies n , wird die Zahl der Variationen in der dritten Spezies mn sein. Und weil m und n beinahe unendliche Zahlen sind wie wir gezeigt haben, wird mn eine Zahl von unglaublicher Größe sein.

Daraus wird offensichtlich, dass alle Variationen der gegenwärtigen Musik, die hauptsächlich in dieser dritten Spezies angesiedelt ist, überhaupt nicht aufgezählt werden können. Es kann daher nicht passieren, dass diese Wissenschaft jemals erschöpft wird. Sondern solange die Welt dauert, wird immer genügend Platz für neue Erfindungen sein; daraus werden ewig neue Gattungen von Melodien und Zusammenklängen entspringen.

§. 21. In der Behandlung der dritten musikalischen Spezies wird es günstig sein die bei der zweiten Spezies gemachte Aufteilung zu befolgen, und die Theorie des Komponierens der ersten Spezies wird zu jeder beliebigen Gattung von Takten oder Schlägen anzupassen sein. Vor allem aber sind die allgemeinen Vorschriften zum Verbinden der zwei vorigen Spezies zu lehren, durch die erklärt werden soll, welche Konsonanzen an jedem Teil des Taktes zu verwenden am günstigsten ist. Weil nämlich die einen Teile des Taktes gewichtiger und andere weniger gewichtig sind, muss auch notwendigerweise in den Konsonanzen selbst, die herangezogen werden, ein derartiger Unterschied sichtbar werden. Weil sodann mehrere Takte einer Periode oder einem anderen Teil einer Rede ähnlich sind, ist auch zu zeigen durch welche Konsonanzen jeder mögliche Einschnitt am günstigsten ausgedrückt wird. Über die Schlusswendungen soll also an dieser Stelle gearbeitet werden und über ihre Unterscheidung, die sich aus der Art und Weise des Einschnitts ergibt.

§. 22. Wenn wir schließlich verschiedene Taktarten aus der zweiten musikalischen Spezies aufgezählt haben, wird man beurteilen können, auf welche Weise in jeder beliebigen Gattung eine musikalische Periode festgelegt und aus solchen gleichsam eine gesamte Rede komponiert werden soll. Diese Arbeit wird sehr umfangreich sein wegen der beinahe zahllosen Taktarten und der ungezählten Arten des Zusammensetzens.

Außerdem wird aber noch eine ungeheure Stilvielfalt dazu kommen; auf ähnliche Art und Weise nämlich wie in der Rhetorik muss auch in der Musik über Stil gesprochen werden, der nichts anderes ist als ein bestimmtes Mittel Perioden zu formen und sie zu verbinden. Dazu tragen endlich auch musikalische Figuren bei, ähnlich auch den Figuren für Reden, mit denen diese musikalischen Reden besonders geschmückt und auf die höchste Stufe der Vollkommenheit gehoben werden.

§. 23. Aus den Konsonanzen, die auf diese Art den musikalischen Zusammenklang bilden, entstehen verschiedene „Stimmen“, wie sie genannt werden. Denn wenn Töne entweder von der Stimme oder von einem solchen Instrument erzeugt werden das nicht mehrere Töne zugleich formen kann, braucht man für jede Konsonanz entweder mehrere Stimmen oder derartige Instrumente. Und daraus entsteht eine neue Untersuchung, wie mehrere Stimmen anzulegen sind, dass sie eine geeignete und angenehme Folge von Konsonanzen bewirken wenn sie gleichzeitig erklingen.

Daher muss zuerst eine Stimme betrachtet werden, dann zwei, weiter drei, vier und mehr. Und durch diese Theorie werden alle Vorschriften, die ermittelt werden, ganz besonders für die festgesetzte Art und Weise des Komponierens angepasst werden: Denn beinahe alle musikalischen Werke bestehen aus einer festgesetzten Zahl von einigen Stimmen von denen die einzelnen eine bestimmte Melodie formen, freilich keine vollständige, aber so dass dennoch alle beim gemeinsamen Erklingen annehmliche Harmonie bewirken.

§. 24. Daher wird die vollständige Abhandlung über die Musik in drei Teilen vollendet werden, in denen ebenso viele musikalische Spezies darzulegen sind. Und von diesen kann man man bei jeder verstehen, wie sie auf die im zweiten Kapitel festgelegten Vorschriften der Harmonie zurückzuführen ist.

Weil man also alles aus bestimmten Prinzipien ableiten kann deren Wahrheit hinreichend bewiesen wurde, ist die Methode, die wir verwenden werden, durchaus eine philosophische d.h. darlegende. Aber niemand hat, so viel ich weiß, eine Methode dieser Art angewendet um Musik zu lehren.

Denn alle, die über die Musik schrieben, haben entweder die Theorie zu sehr missachtet oder die Praxis;

erstere haben nämlich nur Vorschriften des Komponierens gesammelt ohne Darlegung;

letztere aber waren zur Gänze gefangen im Ausbreiten von Konsonanzen und Dissonanzen; und dafür erforschten sie eine Art Musikinstrumente zu stimmen, verwendeten aber entweder unzureichende oder zweifelhafte Prinzipien, so dass es ihnen nicht möglich war weiter vorzudringen.

Konsonanzen

§. 1. Mehrere zugleich erklingende Töne bestimmen einen zusammengesetzten Klang, den wir hier „Konsonanz“ nennen werden. Von anderen wird freilich das Wort der Konsonanz in dem strikteren Sinn angenommen, dass es nur einen dem Gehör angenehmen Zusammenklang bezeichnet der viel an Annehmlichkeit in sich trägt; und diese Konsonanz unterscheiden sie von einer Dissonanz, die für sie ein Zusammenklang ist der wenig oder nichts an Annehmlichkeit umfasst. Aber weil es einerseits schwierig ist die Grenzen der Konsonanzen und Dissonanzen zu definieren, andererseits aber diese Unterscheidung mit unserer Art der Untersuchung weniger zusammenpasst nach der wir die Zusammenklänge nach den in Kapitel II dargelegten Graden der Annehmlichkeit beurteilen wollen, werden wir allen Klängen, die aus zugleich erklingenden Einzeltönen bestehen, den Namen der Konsonanz zuschreiben.

§. 2. Damit daher eine derartige Konsonanz gefällt, ist es notwendig, dass das Verhältnis wahrgenommen wird, das die einfachen Töne die sie bestimmen untereinander besitzen. Weil aber hier die Dauer der Töne nicht betrachtet wird, wird allein die Wahrnehmung des Unterschieds, der in der Tiefe und Höhe der Töne besteht, diese Annehmlichkeit enthalten. Weil die Tiefe und Höhe der Töne aus der in derselben Zeit bewirkten Pulse zu messen ist, muss daher, wer die gegenseitige Relation dieser Zahlen wahrnimmt, offensichtlich auch die entsprechende Annehmlichkeit der Konsonanz spüren.

§. 3. Oben aber haben wir schon entschieden, die Töne an sich durch die Anzahlen der Pulse auszudrücken, die sie in einer gegebenen Zeit ausführen, und daraus die Quantität der Töne zu messen, d.h. den Melodieverlauf der durch das Verhältnis der Tiefe und Höhe bestimmt wird. Damit daher die vorgelegte Konsonanz gefällt, ist es notwendig, dass das Verhältnis wahrgenommen wird, das die Quantitäten der einfachen Töne, d.h. die Töne selbst (die Töne nämlich betrachten wir als die Quantitäten) zueinander haben. Auf diese Weise also führen wir die Wahrnehmung der Konsonanzen auf die Betrachtung von Zahlen zurück, weshalb im zweiten Kapitel die Vorschriften erklärt wurden, aus denen verstanden werden kann, auf welche Weise die Annehmlichkeit jeder beliebigen Konsonanz zu beurteilen ist.

§. 4. Daher wird es einfach sein, die Wahrnehmung jeder beliebigen Konsonanz auf einen bestimmten Grad der Annehmlichkeit zurückzuführen, aus dem offensichtlich wird, ob die vorgelegte Konsonanz einfach oder schwierig und darüber hinaus mit welchem Grad vom Geist verstanden wird. Außerdem aber werden mehrere Konsonanzen untereinander verglichen werden können, und daraus wird man beurteilen können welche in der Wahrnehmung einfacher und welche schwieriger ist, und gleichzeitig wird bestimmt werden können, um wie viel die eine einfacher als die andere verstanden werden kann. Bei gegebener Konsonanz muss man also die Zahl finden, die das kleinste gemeinsame Vielfache der die Einzeltöne darstellenden Zahlen ist, und untersuchen zu welchem Grad diese führt. Daraus wird nämlich deutlich wie viel erforderlich ist um die Konsonanz zu erfassen.

§. 5. Weil also das kleinste gemeinsame Vielfache der Einzeltöne benötigt wird, muss man diese Töne immer durch ganze Zahlen ausdrücken, und zwar durch die kleinsten, die untereinander dasselbe Verhältnis besitzen; das erkennt man, wenn diese Zahlen keinen gemeinsamen Teiler haben außer der Eins. Wenn man also diese gewissermaßen erste Operation vorgenommen hat, ist daraufhin das kleinste gemeinsam Vielfache gemäß den im zweiten Kapitel erklärten Regeln zu finden. Schließlich wird auch durch diese Regeln bekannt werden, zu welchem Grad der Annehmlichkeit dieses kleinste gemeinsame Vielfache führt, und man kann beurteilen dass mit diesem auch die Konsonanz selbst wahrgenommen wird. Sofern freilich dieses kleinste gemeinsame Vielfache den sechzehnten Grad nicht übersteigt, ist diese letzte Operation nicht notwendig, weil die obige Tabelle alle diese Grade enthält.

§. 6. Wir werden aber im Folgenden dieses kleinste gemeinsame Vielfache der Einzeltöne, die die Konsonanz bilden, die „Darstellungszahl“ (*exponens*) der Konsonanz nennen, denn wenn diese bekannt ist, wird zugleich die Natur der Konsonanz selbst durchschaut. Auf welche Weise aber aus dieser gegebenen Darstellungszahl der Grad der Annehmlichkeit gefunden werden soll, wird in Kap. II §. 27. so erklärt: Diese Darstellungszahl soll in alle ihre Primfaktoren zerlegt werden, von diesen soll die Summe genommen werden, die s sei. Wenn die Anzahl der Faktoren mit $= n$ angenommen wird, wird der Grad der Annehmlichkeit, zu dem die vorliegende Konsonanz führt, $s - n + 1$ sein; als je kleiner diese Zahl also ermittelt wird, umso annehmlicher wird die Konsonanz sein, d.h. in der Wahrnehmung einfacher.

§. 7. Nicht unpassend werden die Konsonanzen auch nach der Anzahl der Einzeltöne eingeteilt, aus denen sie zusammengesetzt sind; und von daher sind die einen Zweiklänge, andere Dreiklänge und andere Vielklänge, wie sie aus zwei oder drei oder mehr Tönen bestehen.

Seien daher in Zweiklängen die zwei Töne, aus denen sie bestehen, **a** und **b**, das heißt, dass diese Zahlen auf jeden Fall die Töne an sich numerisch beschreiben. Daher werden **a** und **b** ganze Zahlen und teilerfremd sein müssen. Deswegen wird auch das kleinste gemeinsame Vielfache **ab** sein und daher wird von der vorliegenden Konsonanz die Zahl **ab** selbst die Darstellungszahl sein, aus der der Grad der Annehmlichkeit berechnet wird zu dem sie führt.

Wir wollen aber solche Konsonanzen nach dem Grad der Annehmlichkeit beurteilen, sodass aus der Anordnung selbst offensichtlich wird, wie einfach oder schwierig jede wahrzunehmen ist.

§. 8. Um aber eine solche Aufzählung auszuarbeiten ist es nur notwendig, dass die einzelnen Zahlen aus der dem Kapitel II angehängten Tabelle der Reihe nach herausgeschrieben werden und dass jede von ihnen in zwei teilerfremde Faktoren zerlegt wird, was oft auf mehrere Arten geschehen wird können. Danach werden diese zwei Faktoren Töne eines Zweiklangs ergeben, dessen Darstellungszahl jene Zahl selbst sein wird, aus der diese Faktoren gewonnen wurden.

Zum Beispiel befindet sich beim **V.** Grad die **12**, die auf zweifache Weise in teilerfremde Faktoren zerlegt werden kann: **1, 12** und **3, 4**. Diese Töne bestimmen Konsonanzen, die zum Grad **V** führen und deren Darstellungszahl **12** ist.

§. 9. Daher führt zum ersten Grad, in dem sich die Eins befindet, keine Konsonanz, weder von zwei noch von mehr Tönen. Weil nämlich die Töne die eine Konsonanz bilden verschieden sein müssen, wird die Eins niemals das kleinste gemeinsame Vielfache von ihnen sein können, d.h. die Darstellungszahl. Deswegen wird die einfachste Konsonanz zum zweiten Grad führen, und diese werden Töne bilden, die das Verhältnis **1:2** besitzen und deren Darstellungszahl daher **2** ist, die Zahl die als einzige beim zweiten Grad gefunden wird. Diese Konsonanz wird von den Musikern „Diapason“ oder „Oktav“ genannt und von ihnen für die einfachste und vollendetste gehalten; denn am einfachsten wird sie vom Gehör wahrgenommen und von anderen erkannt.

§. 10. Auf den dritten Grad führten wir zwei Zahlen zurück, **3** und **4**, von denen beide in zwei teilerfremde Faktoren zerlegt werden können (d.h. ohne gemeinsamen Teiler außer der Eins), erstere nämlich in **1** und **3**, letztere aber in **1** und **4**.

Es ergeben sich also zwei Zweiklänge, die zum dritten Grad führen, von denen der eine aus Tönen besteht, die das Verhältnis **1:3** besitzen, der andere aber aus Tönen mit dem Verhältnis **1:4**.

Ersterer wird für gewöhnlich „Diapason mit Diapente“ genannt, letzterer aber „Diadiapason“, und auch bei diesen kann es nicht zweifelhaft sein, dass sie einfacher wahrgenommen werden als die folgenden.

§. 11. Auf diese Weise erstellte ich die folgende Tabelle der Konsonanzen zweier Töne, in der diese nach den früher erklärten Graden der Annehmlichkeit angeordnet sind, und zwar bis zum zehnten Grad.

II. Grad 1:2.	VI. Grad 1:10. 2:5. 1:18. 2:9. 1:24. 3:8. 1:32.	VIII. Grad 1:14. 2:7. 1:30. 2:15. 3:10. 5:6. 1:40. 5:8. 1:54. 2:27. 1:72. 8:9. 1:96. 3:32. 1:128.	IX. Grad 1:21. 3:7. 1:25. 1:28. 4:7. 1:45. 5:9. 1:60. 3:20. 4:15. 5:12. 1:80. 5:16. 1:81. 1:108. 4:27. 1:144. 9:16. 1:192. 3:64. 1:256.	X. Grad 1:42. 3:14. 6:7. 1:50. 2:25. 1:56. 7:8. 1:90. 2:45. 5:18. 9:10. 1:120. 3:40. 5:24. 8:15. 1:160. 5:32. 1:162. 2:81. 1:216. 8:27. 1:288. 9:32. 1:384. 3:128. 1:512.
III. Grad 1:3. 1:4.				
IV. Grad 1:6. 2:3. 1:8.				
V. Grad 1:5. 1:9. 1:12. 3:4. 1:16.	VII. Grad 1:7. 1:15. 3:5. 1:20. 4:5. 1:27. 1:36. 4:9. 1:48. 3:16. 1:64.			

§. 12. Aus Kap. I §. 11. erkennt man, wie zwei Saiten gespannt werden müssen, dass sie Töne erzeugen die ein vorgegebenes Verhältnis besitzen; auf diese Art wird es also einfach sein, mit Saiten diese Konsonanzen zu erzeugen und real zu erfahren welche in der Wahrnehmung einfacher und welche schwieriger sind: Man wird aber finden, dass die Erfahrung hervorragend mit dieser Theorie übereinstimmt.

Dass aber durch Versuche dieser Art das Gehör eines Studiosus der Musik geübt wird, halte ich nicht nur für überaus nützlich sondern auch für äußerst notwendig; denn er wird durch diese Überlegungen für sich deutliche Vorstellungen dieser einfachen Konsonanzen entwickeln und wird sich besser eignen, die Musik in der Praxis selbst auszuüben.

§. 13. Wer Musik übt, muss aber nicht notwendigerweise genaue Ideen aller aufgezählten Konsonanzen haben, sondern es reicht aus nur die wichtigsten gut in den Geist einzuprägen, die da sind:

1:2

1:3 oder 2:3

1:5 oder 2:5 oder 4:5.

Denn wer diese nicht nur von den anderen zu unterscheiden, sondern auch mit der Stimme zu bilden oder auf Saiten mit Hilfe des Gehörs zu erzeugen vermag, der wird auch alle übrigen Konsonanzen, deren Darstellungszahlen keine anderen Teiler besitzen als **2, 3 und 5**, allein mit dem Gehör herstellen können.

Und das wird auch für die gegenwärtige Musik und zum Einrichten der Musikinstrumente genügen.

In mehreren folgenden Abschnitten will ich das aber darlegen.

§. 14. Ich habe schon angemerkt, dass ich hier unter dem Namen der „Konsonanz“ sowohl die Konsonanzen als auch die allgemein als Dissonanzen bezeichneten Intervalle zusammenfasse.

Aus der beigefügten Tabelle aber und mit unserer Methode können die Grenzen einigermaßen definiert werden. Die Dissonanzen führen nämlich zu höheren Graden, und für Konsonanzen werden die gehalten, die zu niedrigeren Graden führen.

So ist der Tonus, der aus Tönen mit dem Verhältnis **8:9** besteht, zum achten Grad gehörig und wird zu den Dissonanzen gezählt, der Ditonus aber, also die große Terz mit dem Verhältnis **4:5** die zum siebenten Grad führt, zu den Konsonanzen.

Dennoch kann daraus nicht der achte Grad als Beginn der Dissonanzen festgelegt werden; denn in ihm befinden sich auch die Verhältnisse **5:6** und **5:8**, die nicht zu den Dissonanzen gerechnet werden.

§. 15. Für jemanden, der diese Sache eingehender überlegt, wird feststehen, dass die Theorie der Dissonanzen und Konsonanzen nicht nur in der Einfachheit der Wahrnehmung zu suchen ist, sondern dass man auch auf die Gesamtheit der Verhältnisse des Komponierens blicken muss. Denn die Konsonanzen, die in Zusammenklängen weniger günstig angewendet werden können, bezeichnet man mit dem Namen Dissonanz, auch wenn sie vielleicht einfacher wahrgenommen werden können als andere die zu den Konsonanzen gezählt werden.

Und das ist der Grund, warum **8:9** zu den Dissonanzen gerechnet wird und andere weit komplexere Konsonanzen für Konsonanzen gehalten werden.

Auf ähnliche Weise ist daraus zu erklären, warum die Quart (oder griechisch Diatessaron), die aus Tönen im Verhältnis **3:4** besteht, von den Musikern eher zu den Dissonanzen als zu den Konsonanzen gezählt wird, obwohl aber kein Zweifel daran besteht, dass sie ziemlich einfach wahrgenommen werden kann.

§. 16. Bei den antiken Autoren freilich wurde diese Quart gleich wie eine sehr angenehme Konsonanz betrachtet, wie aus ihren Schriften klar wird. Aber sie verwendeten gänzlich andere Methoden, Dissonanzen von Konsonanzen zu unterscheiden, die in der Natur der Sache selbst weniger begründet waren und aus zweifelhaften Prinzipien abgeleitet wurden.

Denn die Pythagoräer werteten zur Erzeugung von Konsonanzen keine anderen Klänge für geeignet, als solche, die aus zwei Tönen mit multiplikativem oder überteiligem oder multiplikativ-überteiligem Verhältnis bestehen; sie meinten aber, dass eine Dissonanz entstehe, wenn das Verhältnis dieser beiden Töne übermehrteilig oder multiplikativ-übermehrteilig sei.

§. 17. Diesen Pythagoräischen Lehrsatz widerlegte Ptolemäus in seinen „*Libri Harmonicorum*“ indem er als Beispiel anführte, dass Diapason plus Diatessaron, das durch das Verhältnis **3:8** bestimmt wird, eine Konsonanz sei, obwohl dieses Verhältnis das doppelte und zweidrittelfache ist.

Hierauf merkt er an, dass diese Regel freilich nicht einmal die Pythagoräer selbst anzuwenden gewagt hätten, weil sie außer dem Doppelten, Dreifachen, Vierfachen, Eineinhalbfachen und Eineindrittelfachen keine anderen Verhältnisse verwendeten um Konsonanzen zu erzeugen, obwohl sie aber außerdem unzählige andere mit demselben Recht als ihrer Regel folgend verwenden hätten können.

An dieser Widerlegung des Ptolemäus finde ich nichts einzuwenden; denn es ist notwendig nicht auf die Beschaffenheit des Verhältnisses sondern auf die Einfachheit und Möglichkeit seiner Wahrnehmung zu schauen.

§. 18. Und das Prinzip des Ptolemäus selbst, das er in dieser Sache benutzt, ist aber auch nicht stärker; als Konsonanzen lässt er nach dem Diapason und dem Diadiapason nur zwei zu, die in zwei benachbarten überteiligen Verhältnissen enthalten sind, welche verbunden das doppelte Verhältnis erzeugen. Dieser Art sind die Verhältnisse **2:3** und **3:4**, die gemeinsam das Verhältnis **1:2** ergeben. Aus dem ersten entsteht die Diapente genannte Konsonanz, aus dem zweiten aber das Diatessaron. Darauf stellt er noch dieses andere Prinzip, dass jede beliebige Konsonanz, die um eine Oktave vergrößert wird, eine Konsonanz bleibe und nichts von ihrer Annehmlichkeit verliere, und auf diese Weise nimmt er in die Zahl der Konsonanzen folgende Verhältnisse auf: **1:2**, **1:4**, **2:3**, **1:3**, **3:4** und **3:8**.

§. 19. Nichtsdestoweniger teilte Ptolemäus trotzdem den überteiligen Verhältnissen ein großes Vorrecht vor den übermehrteiligen zu; er nennt nämlich Klänge, die andere überteilige Verhältnisse als **2:3** und **3:4** haben, nicht dissonant, sondern mit einem mittleren Namen zwischen konsonant und dissonant, nämlich gefällig (*concinnus*). Dass die übrigen übermehrteiligen Verhältnisse außer **3:8** Dissonanzen erzeugen, behauptet er fest.

Ich schätze, dass es aber nicht notwendig ist, diese nämlich ganz unsichere und auf keinen starken Prinzipien errichtete Methode, Annehmlichkeit von Konsonanzen zu messen, zu widerlegen: weil die Wahrheit unserer Prinzipien schon genügend vor Augen gestellt ist und aus der Natur der Sache selbst abgeleitet.

Es bliebe freilich noch übrig, dass ich die Meinung einer anderen Gruppe antiker Musiker, deren Gründer Aristoxenos war, über diese Sache darlege, nämlich dass diese die Zahlenverhältnisse völlig zurückwiesen und so die Beurteilung von Konsonanzen und Dissonanzen allein den Sinnen überließen, worin sie nicht viel von den Pythagoräern abwichen.

§. 20. Die Aufzählung der Konsonanzen dreier oder mehrerer Töne wird auf ähnliche Art geschehen wie die zweier Töne, sodass es überflüssig wäre sich so ausführlich über sie zu auszubreiten.

Das nur habe ich beschlossen anzumerken, dass die einfachste Konsonanz dreier Töne zum dritten Grad führt und aus den Klängen **1:2:4** besteht, deren Darstellungszahl (das kleinste gemeinsame Vielfache) **4** ist.

Daraus kann man erkennen, dass eine Konsonanz zu einem umso höheren Grad der Annehmlichkeit führt, aus je mehr Tönen sie gebildet wird, auch wenn sie in ihrer Art die einfachste ist.

§. 21. Umso mehr verfolge ich diese Einteilung der Konsonanzen nicht weiter, weil ich eine andere bei weitem geeignetere und nützlichere Einteilung vorbringen will, nämlich die in vollständige und unvollständige Konsonanzen.

Ich nenne aber eine Konsonanz „vollständig“, wenn zu ihr kein Ton dazugefügt werden kann sodass nicht gleichzeitig die Konsonanz selbst zu einem höheren Grad zu zählen ist, d.h. dass ihre Darstellungszahl komplexer wird; so ist z.B. die Konsonanz, die aus den Tönen **1:2:3:6** besteht, deren Darstellungszahl **6** ist. Wenn man aber einen beliebigen neuen Ton dazugibt, wird die Darstellungszahl größer werden.

Eine „unvollständige“ Konsonanz ist für mich dagegen eine, zu der man einen oder mehrere Töne dazugeben kann, ohne dass die Darstellungszahl vervielfacht wird; so wie die Darstellungszahl der Konsonanz **1:2:3** nicht größer ist wenn der Ton **6** hinzugefügt wird, deswegen nenne ich diese Konsonanz unvollständig.

§. 22. Aus dem Vorhergehenden versteht man aber, dass jede beliebige einen Einzelton bezeichnende Zahl ein Teiler der Darstellungszahl der Konsonanz ist. Wenn daher alle Teiler der Darstellungszahl genommen und mit ihnen Einzeltöne ausgedrückt werden, wird man eine vollständige Konsonanz jener Darstellungszahl erhalten; denn außer diesen Zahlen wird es keine geben, die diese Darstellungszahl teilt.

So wird die Konsonanz vollständig sein, die aus den Tönen **1:2:3:4:6:12** besteht, weil nur diese Zahlen Teiler der Darstellungszahl dieser Konsonanz sind die **12** ist, und keine andere außer diesen Zahlen **12** teilt.

§. 23. Sooft daher die Darstellungszahl einer Konsonanz eine Primzahl ist, wird die vollständige Konsonanz eine aus zwei Tönen sein, wie **1:a** wenn **a** die Primzahl bezeichnet. Wenn die Darstellungszahl a^m ist, wird die vollständige Konsonanz aus **m + 1** Tönen bestehen, nämlich **1:a:a²:a³-----a^m**.

Hat die Darstellungszahl die Form **ab**, gebildet aus zwei Primzahlen, wird die (vollständige) Konsonanz eine aus vier Tönen sein, **1:a:b:ab**, und bei gegebener Darstellungszahl $a^m b^n$ wird die vollständige Konsonanz **mn + m + n + 1** Töne haben. Und wenn die Darstellungszahl allgemeiner $a^m b^n c^p$ ist, wird die vollständige Konsonanz **(m + 1)(n + 1)(p + 1)** Töne enthalten und nach der in §. 6. gegebenen Regel zum Grad **ma + nb + pc – m – n – p + 1** führen: die Summe aller einfachen Faktoren des Exponenten ist nämlich **ma + nb + pc** und die Anzahl der Faktoren ist **m + n + p**.

§. 24. Aus der dargelegten Art vollständige Konsonanzen zu bilden ist ersichtlich, dass eine solche Konsonanz unvollständig wird wenn ein oder mehrere Töne von ihr ausgelassen werden.

Dazu ist zu bemerken, dass man Töne solchermaßen auslassen kann, dass die Darstellungszahl der übrigen nicht einfacher wird: Wenn man so aus der Konsonanz **1:2:4**, deren Darstellungszahl **4** ist, den Ton **1** oder **4** ausließe, würde eine

Konsonanz **1:2** oder **2:4**, mit jener kongruent, entstehen, deren Darstellungszahl nicht länger **4** wäre, sondern nur **2**.

Aber den mittleren Ton **2** kann man auslassen; denn von der Konsonanz **1:4** ist die Darstellungszahl nun **4**, wie von der vollständigen **1:2:4**.

§. 25. Wenn die Darstellungszahl eine Primzahl ist, kann die Konsonanz offensichtlich nicht unvollständig sein, weil sie aus nur zwei Tönen besteht. Aber die übrigen Konsonanzen können alle unvollständig werden, nämlich als Zweiklänge, indem man alle auslässt außer dem tiefsten und dem höchsten: Weil man nämlich letzteren durch die Darstellungszahl selbst, ersteren durch die Eins ausdrückt, wird die Darstellungszahl dieser Konsonanz aus zwei Tönen nicht einfacher sein als die der vollständigen; so wie die Darstellungszahl der aus der Konsonanz **1:2:3:6** durch Auslassen der Töne **2** und **3** entstandenen **1:6** gleich **6** sein wird, genauso wie die der ersteren.

Ferner können in Konsonanzen, deren Darstellungszahl der Form a^m ist, weder der tiefste Ton **1** noch der höchste a^m ausgelassen werden; aber bei allen übrigen Konsonanzen kann sowohl der tiefste als auch der höchste und auch beide weggelassen werden.

§. 26. Wenn eine Konsonanz so gebildet ist, dass in ihr kein Ton ausgelassen werden kann ohne dass sie sofort eine einfachere Konsonanz wird und zu einem niedrigeren Grad als die vorige führt, werden wir sie hier „rein“ nennen. Solcher Art sind alle Zweiklänge, weil sie ja durch Auslassen eines Tons aufhören Konsonanz zu sein. Auf ähnliche Weise sind reine Konsonanzen **3:4:5**, **4:5:6**, und auch **1:6:9**, **2:3:12**, in denen kein Ton ausgelassen werden kann ohne dass sie einfacher werden. Daher besteht der Nutzen dieser Konsonanzen darin, dass die Zahl der Töne so weit wie möglich verringert ist so dass die Darstellungszahl trotzdem nicht kleiner wird.

§. 27. Auf zweifache Art aber kann jede beliebige Konsonanz durch Weglassen eines oder mehrerer Töne einfacher werden; die erste ist, wenn das kleinste gemeinsame Vielfache der übrigen Töne, d.h. der Zahlen die sie repräsentieren, kleiner wird als das aller Töne; wie in der Konsonanz **2:3:5:6** nach Weglassen des Tons **5** das kleinste gemeinsame Vielfache der restlichen **2:3:6** nun **6** ist, das vorher **30** war.

Auf eine zweite Weise wird eine Konsonanz einfacher, wenn die übrigen Töne einen gemeinsamen Teiler haben; dann nämlich sollen sie durch diesen zuerst dividiert werden, wie das kleinste gemeinsame Vielfache (d.h. die Darstellungszahl) definiert ist; wie in der Konsonanz **2:3:4:6** nach Weglassen des Tons **3** die übrigen, durch **2** geteilt, die Konsonanz **1:2:3** bilden, deren Darstellungszahl **6** ist, vorher aber **12** war.

§. 28. Auch kann auf beide Arten zusammen eine Konsonanz durch Weglassen eines oder mehrerer Töne einfacher werden; wenn nämlich die Zahlen der übrigen Töne ein kleinstes gemeinsames Vielfaches und darüber hinaus noch einen gemeinsamen Teiler haben:

So geschieht das in der Konsonanz **3:6:8:9:12** – deren Darstellungszahl **72** ist – wenn der Ton **8** weggelassen wird; denn das kleinste gemeinsame Vielfache der übrigen **3:6:9:12** ist **36**; und weil diese Zahlen alle durch **3** geteilt werden können, ist die sich ergebene Konsonanz mit **1:2:3:4** zu zählen, deren Darstellungszahl daher **12** sein wird. Um soviel einfacher wird also die vorgelegte Konsonanz durch Weglassen des einzigen Tons **8**.

§. 29. Damit man aber genauer versteht, auf welche Weise jede beliebige vorgelegte Konsonanz einfacher gemacht werden kann, wollen wir eine vollständige Konsonanz betrachten, deren Darstellungszahl $a^m P$ ist, wo **P** die Größe ist, die alle Primfaktoren außer **a** umfasst.

Wenn in dieser also alle durch a^m und seine Vielfachen ausgedrückten Töne weggelassen werden, wird eine einfachere Konsonanz der Darstellungszahl $a^{m-1}P$ übrig bleiben, welche Reduktion nach der ersten Art gemacht ist.

Auf die zweite Art aber wird die Konsonanz einfacher werden, wenn alle Töne weggelassen werden, die durch Zahlen ausgedrückt werden die **a** nicht in sich enthalten: Dann nämlich können die übrigen Töne alle durch **a** dividiert werden, und ihre Darstellungszahl wird $a^{m-1}P$ sein.

Daraus versteht man, wie auf beide Arten gemeinsam eine Konsonanz vereinfacht werden kann.

§. 30. Der Unterschied, den das Gehör zwischen vollständigen und unvollständigen Konsonanzen wahrnimmt, besteht verständlicherweise darin, dass es die vollständigen viel genauer, die unvollständigen aber weniger genau erfasst. Wenn allerdings alle Töne zugleich das Hörorgan erregen, müssen sich die Verhältnisse der einzelnen zueinander der Wahrnehmung deutlicher anbieten, als wenn man die Darstellungszahl aus weniger Tönen erhalten muss. So wird aus der Konsonanz **1:2:3:6** ihre Darstellungszahl, die **6** ist, um vieles deutlicher erkannt als aus den nur zwei Tönen **1:6**. Dazu ist es aber erforderlich, dass alle Töne möglichst exakt den Zahlen entsprechen, die sie ausdrücken.

§. 31. Mir schien aber passend, folgende Tabelle aller vollständigen Konsonanzen anzufügen, die in den ersten zwölf Graden enthalten sind, in ihr bezeichnen die römischen Zahlen die Grade, die arabischen aber alle Konsonanzen, die zu diesem Grad gehören.

I.	1.
II.	1:2.
III.	1:3. 1:2:4.
IV.	1:2:3:6. 1:2:4:8.
V.	1:5. 1:3:9. 1:2:3:4:6:12. 1:2:4:8:16.
VI.	1:2:5:10. 1:2:3:6:9:18. 1:2:3:4:6:8:12:24. 1:2:4:8:16:32.
VII.	1:7. 1:3:5:15. 1:2:4:5:10:20. 1:3:9:27. 1:2:3:4:6:9:12:18:36. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:48. 1:2:4:8:16:32:64.
VIII.	1:2:7:14. 1:2:3:5:6:10:15:30. 1:2:4:5:8:10:20:40. 1:2:3:6:9:18:27:54. 1:2:3:4:6:9:12:18:24:36:72. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:96. 1:2:4:8:16:32:64:128.
IX.	1:3:7:21. 1:5:25. 1:2:4:7:14:28. 1:3:5:9:15:45. 1:2:3:4:5:6:10:12:15:20:30:60. 1:2:4:5:8:10:16:20:40:80. 1:3:9:27:81. 1:2:3:4:6:9:12:18:27:36:54:108. 1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:36:48:72:144. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:64:96:192. 1:2:4:8:16:32:64:128:256.

X.	1:2:3:6:7:14:21:42. 1:2:5:10:25:50. 1:2:4:7:8:14:28:56. 1:2:3:5:6:9:10:15:18:30:45:90. 1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:20:24:30:40:60:120. 1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:80:160. 1:2:3:6:9:18:27:54:81:162. 1:2:3:4:6:8:9:12:18:24:27:36:54:72:108:216. 1:2:3:4:6:8:12:16:18:24:32:36:48:72:96:144:288. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:64:96:128:192:384. 1:2:4:8:16:32:64:128:256:512.
XI.	1:11. 1:5:7:35. 1:3:7:9:21:63. 1:3:5:15:25:75. 1:2:3:4:6:7:12:14:21:28:42:84. 1:2:4:5:10:20:25:50:100. 1:2:4:7:8:14:16:28:56:112. 1:3:5:9:15:27:45:135. 1:2:3:4:5:6:9:10:12:15:18:20:30:45:60:90:180. 1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:16:20:32:40:48:60:80:120:240. 1:3:9:27:81:243. 1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:64:80:160:320. 1:2:3:4:6:9:12:18:27:36:54:81:108:162:324. 1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:27:36:48:54:72:108:144:216:432. 1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:32:36:48:64:72:96:144:192:288: 576. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:64:96:128:192:256:384:768. 1:2:4:8:16:32:64:128:256:512:1024.
XII.	1:2:11:22. 1:2:5:7:10:14:35:70. 1:2:3:6:7:9:14:21:28:42:63:126. 1:2:3:5:6:10:15:25:30:50:75:150. 1:2:3:4:6:7:8:12:14:21:24:28:42:56:84:168. 1:2:4:5:8:10:20:25:40:50:100:200. 1:2:4:7:8:14:16:28:32:56:112:224. 1:2:3:5:6:9:10:15:18:27:30:45:54:90:135:270. 1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:18:20:24:30:36:40:45:60:72:80:120:180:360. 1:2:3:4:5:6:8:10:12:15:16:20:24:30:32:40:48:60:80:96:120:240:480. 1:2:3:6:9:18:27:54:81:162:243:486. 1:2:4:5:8:10:16:20:32:40:64:80:128:160:320:640. 1:2:3:4:6:8:9:12:18:24:27:36:54:72:81:108:162:216:324:648. 1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:27:32:36:48:54:72:96:108:144:288:432:864. 1:2:3:4:6:8:9:12:16:18:24:32:36:48:64:72:96:128:144:192:288:384:566:1152. 1:2:3:4:6:8:12:16:24:32:48:96:128:192:256:284:512:768:1536. 1:2:4:8:16:32:64:128:256:512:1024:2048.

§. 32. Obwohl sich aber eine vollständige Konsonanz dem Gehör viel deutlicher zeigt als eine unvollständige, werden vollständige Konsonanzen nicht verwendet wenn sie zu komplex sind.

Erstens nämlich betäubt eine so große Anzahl an Tönen die Ohren eher mit verworrenem Getöse als mit deutlicher Harmonie, wenn die Musikinstrumente nicht ganz genau gestimmt sind, was nie bewerkstelligt werden kann.

Zweitens können auch mehrere Töne entweder wegen zu großer Tiefe oder zu großer Höhe nicht einmal wahrgenommen werden; denn im ersten Kapitel wurde schon gezeigt, dass kein Klang von den Ohren wahrgenommen werden kann, der in der Sekunde weniger als **30** oder mehr als **7500** Pulse von sich gibt. Daraus ist ersichtlich, dass nicht einmal alle Klänge einer Konsonanz gehört werden können, sooft die äußersten Töne ein größeres Verhältnis als **1:250** besitzen.

§. 33. Es ist günstig, die Lehre von den Konsonanzen auf das zurückzuführen, was die Musiker gewöhnlich über die Intervalle der Töne lehren. „Intervall“ wird nämlich der Abstand genannt, der zwischen zwei Tönen, einem tieferen und einem höheren, erfasst wird. Umso größer ist also ein Intervall, je mehr sich die tiefen und hohen Töne im Verhältnis unterscheiden, d.h. je größer das Verhältnis ist, das der höhere zum tieferen besitzt.

So ist das Intervall der Töne **1:3** größer als das der Töne **1:2**; und von gleichen Tönen **1:1** ist das Intervall null, weil man vom einen zum anderen durch keinen Sprung gelangt. Daraus versteht man, dass das Intervall so definiert werden soll, dass es ein Maß für den Unterschied zwischen dem höheren und dem tieferen Ton ist.

§. 34. Seien drei beliebige Töne **a:b:c**, von denen **c** der höchste, **a** der tiefste, **b** aber der mittlere sei; aus der vorangegangenen Definition wird klar sein, dass das Intervall der Töne **a** und **c** die Zusammensetzung der Intervalle zwischen **a** und **b** und zwischen **b** und **c** ist.

Wenn daher diese zwei Intervalle zwischen **a** und **b** und zwischen **b** und **c** gleich sind, was eintritt wenn **a:b = b:c** ist, dann wird das Intervall **a:c** um das Doppelte größer sein als das Intervall **a:b** oder **b:c**. Daraus erkennt man, dass das Intervall **1:4** um das Doppelte größer ist als das Intervall **1:2**, und dass deswegen, weil man festsetzt dass dieses Verhältnis **1:2** die Oktave bestimmt, das Verhältnis **1:4** zwei Oktaven umfasst.

§. 35. Wer das genauer betrachtet, wird leicht verstehen, dass die Intervalle durch Maße der Beziehungen ausgedrückt werden müssen, welche die Töne bestimmen.

Die Beziehungen werden aber durch Logarithmen der Brüche gemessen, deren Zähler die höheren Töne bezeichnen, die Nenner aber die tieferen.

Deshalb muss das Intervall zwischen den Tönen **a:b** durch den Logarithmus des Bruchs $\frac{b}{a}$ ausgedrückt werden, den man üblicherweise $l\left(\frac{b}{a}\right)$ schreibt, oder, was dasselbe ergibt, $l\,b - l\,a$.

Also wird ein Intervall gleicher Töne (**a:a**) null sein wie wir schon angemerkt haben, weil es ja durch $l\,a - l\,a = 0$ ausgedrückt wird.

§. 36. Daher muss das Intervall, das Oktav, griechisch **διαπασων** benannt wird, durch den Logarithmus der Zwei ausgedrückt werden, weil es von Tönen die das doppelte Verhältnis haben gebildet wird; und das Intervall der Töne **2:3**, das man Quint oder **διαπεντε** nennt, wird $l\left(\frac{3}{2}\right)$ sein, oder $l\,3 - l\,2$.

Daraus erkennt man, dass diese Intervalle untereinander völlig unvergleichbar sind; auf keine Art nämlich kann man eine rationale Beziehung angeben die $l\,2$ zu

$l\left(\frac{3}{2}\right)$ hat, und deswegen gibt es kein auch noch so kleines Intervall, das zugleich ein aliquoter Teil der Oktav und der Quint ist.

Ähnlich ist die Beziehung aller anderen Intervalle, die durch ungleiche Logarithmen ausgedrückt werden, wie $l\left(\frac{3}{2}\right)$ und $l\left(\frac{5}{4}\right)$.

Hingegen werden Intervalle miteinander verglichen werden können, die durch Logarithmen von Zahlen ausgedrückt werden, die Potenzen derselben Basis sind; so wird sich das Intervall der Töne **27:8** zum Intervall der Töne **9:4** so verhalten wie **3** zu **2**; denn $l\left(\frac{27}{8}\right) = 3l\left(\frac{3}{2}\right)$ und $l\left(\frac{9}{4}\right) = 2l\left(\frac{3}{2}\right)$.

§. 37. Daraus wird leicht klar, welche Intervalle durch Addition und Subtraktion von mehreren miteinander entstehen, indem man diese Operationen in den Logarithmen ausführt, die die Maße der Intervalle sind; wenn man das tut wird der resultierende Logarithmus das entstehende Intervall bezeichnen.

Wenn so das Intervall gesucht wird, das übrig bleibt wenn man eine Quint von einer Oktav abzieht, muss man $\log\left(\frac{3}{2}\right)$, d.h. $l\,3 - l\,2$ abziehen von $\log(2)$ und der Rest wird $l\,2 - l\,3 + l\,2$ sein, das ist $2l\,2 - l\,3$.

Aber $2l\,2 = l\,4$; daher wird das restliche Intervall $l\,4 - l\,3$ sein, oder $l\left(\frac{4}{3}\right)$, was Diatessaron oder Quart genannt wird und gemeinsam mit der Quint eine volle Oktav füllt.

§. 38. Obwohl aber die Logarithmen verschiedener Zahlen nicht miteinander verglichen werden können, wenn sie nicht Potenzen derselben Basis sind, kann man trotzdem mit Hilfe von Logarithmentabellen ein Verhältnis bestimmen, das dem wahren Wert möglichst nahe kommt, und so verschiedene Intervalle miteinander vergleichen soweit das möglich ist.

Wenn also das Maß der Oktav $l\ 2$ ist (was man aus den Tabellen mit $= 0,3010300$ entnimmt) und das der Quint $l\ 3 - l\ 2$ (diese Differenz ist $= 0,1760913$), wird das Intervall der Oktav sich zum Intervall der Quint ziemlich genau wie **3010300** zu **1760913** verhalten. Dieses Verhältnis soll, um es auf kleinere Zahlen

zurückzuführen, so aufgeschrieben werden: $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}$ zu 1,

woraus folgende einfachen Verhältnisse gewonnen werden können:

2:1, 3:2, 5:3, 7:4, 12:7, und 17:10, 29:17, 41:24, 53:31, deren letztes dem wahren Wert am nächsten ist.

§. 39. Auf ähnliche Weise kann man Intervalle in beliebig viele gleiche Teile teilen und die Töne bestimmen, die dem wahren Wert am nächsten liegen und die voneinander um ein solches Teilintervall entfernt sind.

Denn der Logarithmus des vorgelegten Intervalls ist in genauso viele Teile zu teilen und die einem Teil entsprechende Zahl aus den Tafeln zu entnehmen; diese wird zur Eins das gesuchte Verhältnis haben.

Es sei zum Beispiel ein dreimal kleineres Intervall als die Oktav gesucht; dessen Logarithmus wird freilich $= 0,1003433$, der dritte Teil von eben $l\ 2$ sein, und dazu gehört wiederum der Bruch **126:100** d.h. **63:50**, was weniger genau ist, oder **29:23**,

oder **5:4** mit welchem letzten man die große Terz beschreibt, die auch von Unwissenden für den dritten Teil einer Oktav gehalten wird.

Folgen von Konsonanzen

§. 1. Auf welche Weise mehrere Töne angeordnet sein müssen, damit sie bei gleichzeitigem Erklängen den Hörsinn mit angenehmer Harmonie erfüllen, haben wir im vorigen Kapitel zur Genüge erklärt. Daher verlangt die Ordnung, dass wir in diesem Kapitel untersuchen, wie zwei Töne oder zwei Konsonanzen beschaffen sein müssen, damit sie, wenn sie einander folgen und hintereinander erklingen, annehmlich in der Wahrnehmung sind. Denn für die Annehmlichkeit der Folge reicht es nicht aus, dass beide Konsonanzen für sich genommen angenehm sind; sondern sie müssen außerdem eine gegenseitige Beschaffenheit haben, sodass auch die Abfolge selbst die Ohren ergötzt und dem Hörsinn gefällt.

§. 2. Nach den in Kapitel II erklärten allgemeinen Regeln aber, nach denen jede Annehmlichkeit bewirkt wird, steht fest, dass die Folge zweier Konsonanzen gefällt wenn die Ordnung wahrgenommen wird die ihrer beider einfachen Teile – d.h. die Einzeltöne – zueinander haben. Um daher zu erkennen, wie einfach eine Folge zweier Konsonanzen vom Geist verstanden wird, muss man die Einzeltöne beider Konsonanzen durch die entsprechenden Zahlen ausdrücken und das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen suchen. Wenn man dieses in der Tabelle der Grade der Annehmlichkeit sucht, wird klar wie viel an geistigem Aufwand erforderlich ist um die vorliegende Folge wahrzunehmen.

§. 3. Daher müssen beide Konsonanzen der Folge so betrachtet werden als ob sie zugleich erklingen, und die Darstellungszahl dieser zusammengesetzten Konsonanz wird zeigen wie annehmlich und einfach in der Wahrnehmung die Folge der Konsonanzen ist.

Die Darstellungszahl dieser zusammengesetzten Konsonanz ist nämlich das kleinste gemeinsame Vielfache aller Töne, die in beiden Konsonanzen enthalten sind. Aus diesem kleinsten gemeinsamen Vielfachen aber ist über die Annehmlichkeit der Folge der Konsonanzen zu urteilen. Daher wird diese Zahl für uns der *numerus exponens* (die Darstellungszahl) der Folge sein, sodass die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen das kleinste gemeinsame Vielfache aller in beiden Konsonanzen enthaltenen Töne ist.

§. 4. Nach diesem Prinzip versteht man, dass die Töne, die beim gleichzeitigen Erklängen gefallen, auch gefallen müssen wenn sie nacheinander hervorgebracht werden. Beim Grad der Annehmlichkeit selbst macht es einen Unterschied aus, ob mit ihm zwei Konsonanzen entweder zugleich oder

hintereinander wahrgenommen werden. Denn zwei Konsonanzen, die einander folgend dem Gehör ziemlich angenehm sind, werden die Ohren zuweilen schärfer treffen, wenn sie zugleich hervorgebracht werden.

So werden zwei Töne, die das Verhältnis **8:9** besitzen, zugleich angeschlagen weniger angenehm wahrgenommen; dieselben hört man, wenn sie hintereinander erklingen, mit viel größerem Genuss.

§. 5. Denn wie die einfachste Konsonanz aus drei Tönen komplexer ist als die einfachste aus zwei Tönen, so wird eine Konsonanz umso komplexer sein aus je mehr Tönen sie besteht, auch wenn sie in ihrer Art die einfachste ist. Das steht aber nicht im Gegensatz dazu, dass nicht nur dieselbe, sondern sogar größere Annehmlichkeit von Konsonanzen mit mehr Tönen wahrgenommen wird als von einem Einzelton oder von Konsonanzen, die nur aus zwei Tönen bestehen. Denn in mehreren Tönen kann mehr enthalten sein, was Ordnung beinhaltet und bei der Wahrnehmung die Annehmlichkeit vergrößert. Dennoch soll man die Töne der Konsonanzen aber nicht so sehr vermehren, dass die verschiedenen und vielfältigen Wahrnehmungen, die zur gleichen Zeit ans Ohr dringen, die Sinne mehr verwirren als erfreuen.

§. 6. Aber bei Folgen zweier Konsonanzen verlangt es auch die Natur selbst, dass die Darstellungszahlen komplexer sind als die einzelner Konsonanzen. Und deswegen steht es der Annehmlichkeit nicht entgegen, Konsonanzen in Folge anzubringen, die einzeln erklingend weniger gefallen würden. So vermindert nämlich eine komplexe Darstellungszahl in vielstimmigen Konsonanzen die Annehmlichkeit nicht, was aber eintreten würde wenn die Konsonanz aus weniger Tönen bestünde: so können Darstellungszahlen von Folgen komplexer sein als Darstellungszahlen von (einzelnen) Konsonanzen, ohne irgendeinen Schaden für die Annehmlichkeit.

§. 7. Unterdessen kann man aber nicht leugnen, dass, je einfacher die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen ist, umso leichter auch die Folge selbst und ihre innere Ordnung wahrgenommen werden kann. Die Regeln nämlich, die wir oben über die Einfachheit der Wahrnehmung erklärt haben, sind ganz klar offensichtlich und keiner billigen Ausnahme preisgegeben. Aber wenn wir zu einfache Folgen verwenden wollten, würde die Vielfalt, derer sich die Musik am meisten freut, vollständig weggenommen. Dann würden nämlich die Konsonanzen um vieles einfacher sein müssen, und alle einander ähnlich. Daraus versteht man, dass man auch komplexere Darstellungszahlen von Folgen verwenden kann, und auch solche, die alle Harmonie stören würden wenn sie einzelne Konsonanzen beschrieben.

§. 8. Damit zwei nacheinander erklingende Konsonanzen mit Annehmlichkeit wahrgenommen werden, ist es notwendig, dass zuerst beide Konsonanzen für sich gefallen und darauf auch die Folge selbst dem Gehör angenehm ist. Ersteres zeigen die Darstellungszahlen der Konsonanzen, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde. Letzteres aber kann aus der Darstellungszahl der Folge verstanden werden. Eine Beurteilung aber soll so vorgenommen werden, dass der Folge mehr Grade der Annehmlichkeit zugemessen werden als den Konsonanzen selbst, weil ja die Darstellungszahl der Folge komplexer sein kann als die der einzelnen Konsonanzen.

§. 9. Um die Darstellungszahl der Folge zweier Konsonanzen zu definieren, reicht es nicht aus beide Konsonanzen für sich betrachtet zu haben, sondern es ist notwendig, dass auch das Verhältnis der Töne besehen wird, die in diesen Konsonanzen durch dieselben Zahlen ausgedrückt werden. Dieselbe Konsonanz kann nämlich auf unendlich viele Arten dargestellt werden sofern die sie bildenden Töne höher oder tiefer angenommen werden, solange sie nur zueinander das vorgeschriebene Verhältnis besitzen. Aber in der Folge zweier Konsonanzen muss außer den Konsonanzen selbst der Grad des Tonverlaufs beachtet werden, in dem beide ausgedrückt werden. Das wird am günstigsten durch Vergleich der Basen geschehen, die zu beiden Konsonanzen gehören; wenn diese nämlich zu verschiedenen Tönen gehören, wird die Darstellungszahl der Folge nicht das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der Konsonanzen sein, sondern das Verhältnis der Basen muss ebenfalls in die Rechnung einbezogen werden.

§. 10. Wenn also ein gegebener Ton als Basis genommen wird, werden nicht nur die Töne **1** und **2** ein Diapason bilden, sondern es werden auch **2** und **4**, oder **3** und **6**, oder allgemein **a** und **2a** dieselbe Konsonanz darstellen deren Darstellungszahl **2** ist. Die Natur dieser Konsonanz freilich wird, wenn sie betrachtet wird, aus der Darstellungszahl **2** richtig erkannt und der Multiplikator **a** wird vernachlässigt: wenn sie aber mit anderen Konsonanzen verbunden werden soll, ist die Bedeutung dieser Zahl **a** zu beachten. Denn wenn dieser die Konsonanz der Töne **2b** und **3b** folge, die eine Diapente ist und die Darstellungszahl **6** hat, kann nur aus den Darstellungszahlen **2** und **6** allein die Darstellungszahl der Folge nicht abgeleitet werden, sondern man muss außerdem das Verhältnis der Zahlen **a** und **b** kennen, da die Darstellungszahl das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a**, **2a**, **2b** und **3b** ist.

§. 11. Wie nämlich die Darstellungszahl jedes beliebigen Einzeltons **1** ist, aber beim Vergleichen mehrerer derartiger Töne die Zahlen betrachtet werden müssen die ihr Verhältnis ausdrücken, so ist beim Vergleich mehrerer Konsonanzen außer ihren Darstellungszahlen auch ihre Beziehung zu untersuchen. Weil die Basis einer für sich betrachteten Konsonanz durch die Eins ausgedrückt wird, ist daher beim Vergleich mehrerer Konsonanzen als Basis einer jeden diejenige Zahl zuzuordnen, die ihrem Ton im Verhältnis aller Töne entspricht. Daraus erkennt man, dass beim Vergleich zweier Konsonanzen jede durch eine doppelte Zahl ausgedrückt werden muss, erstens nämlich durch ihre Darstellungszahl, und dann durch einen „Index“, mit dem die Basis in Hinblick auf die anderen Basen dargestellt wird.

§. 12. Den Index einer Konsonanz wollen wir der Darstellungszahl immer anfügen, aber in Klammern damit er von der Darstellungszahl unterschieden werden kann: so **6(2)**, wo **6** die Darstellungszahl der Konsonanz ist die daher aus den Tönen mit dem Verhältnis **1:2:3:6** besteht; der Index **2** aber ist auf eine andere, z.B. die folgende Konsonanz zu beziehen und zeigt die Basis ersterer Konsonanz, die für sich betrachtet **1** ist, in dieser Relation **2** sein muss. Daher müssen die Töne dieser Konsonanz nach dem Verhältnis, das sie zur folgenden haben, mit **2:4:6:12** dargestellt werden.

§. 13. Wie dieselbe Konsonanz durch unendlich viele Zahlen ausgedrückt werden kann, solange diese dasselbe Verhältnis zueinander haben, und die Darstellungszahl der Konsonanzen **2:3**, **4:6**, **6:9** etc. dieselbe ist obwohl die Töne selbst unterschiedlich sind, so bestimmt der Index einer Konsonanz, durch welche der unendlich vielen Zahlen die vorliegende Konsonanz auszudrücken ist; das ist auch erforderlich, um den Vergleich mehrerer Konsonanzen zu unternehmen. Offenbar muss man die einzelnen Zahlen, die sich aus dem *exponents* ergeben, mit dem *index* multiplizieren; denn auf diese Weise wird die Basis der Konsonanz gleich dem Index, und alle Töne behalten dasselbe Verhältnis zueinander.

§. 14. Daraus wird auch klar, auf welche Weise sowohl die Darstellungszahl als auch der Index von Konsonanzen aus den Tönen gefunden werden kann, die durch gegebene konstante Zahlen ausgedrückt sind. Die Darstellungszahl wird nämlich gefunden, indem alle Zahlen durch den größten gemeinsamen Teiler dividiert werden und von diesen dann das kleinste gemeinsame Vielfache gesucht wird. Der Index aber wird jener größte gemeinsame Teiler sein, durch den die vorliegenden Zahlen dividiert werden können. So wird von der Konsonanz **3:6:9:15** der Index **3** und die Darstellungszahl **30** sein, d.h. das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **1:2:3:5**. Diese Konsonanz also drücken wir so aus: **30(3)**.

§. 15. Sei **A** die Darstellungszahl einer einzelnen Konsonanz und sei **a** ihr Index; die Teiler von **A** selbst aber **1, α, β, γ, δ**, etc.; die Töne dieser Konsonanz werden folgendes Verhältnis haben: **1:α:β:γ:δ**:etc., von denen das kleinste gemeinsame Vielfache **A** ist.

Aber wenn der Index **a** angehängt ist, müssen die Töne der Konsonanz **A(a)** durch folgende Zahlen ausgedrückt werden: **a:αa:βa:γa:δa**:etc., deren kleinstes gemeinsame Vielfache **Aa** sein wird, wegen des größten gemeinsamen Teilers **a**. Beim Beurteilen der Annehmlichkeit dieser Konsonanz aber wird die Zahl **a** nicht beachtet und die Annehmlichkeit wird nur aus der Darstellungszahl **A** berechnet.

§. 16. Es folge aber der Konsonanz **A(a)** diese: **B(b)**, von deren Darstellungszahl **B** die Teiler **1:η:θ:ι:κ**:etc. seien, die Zahlen aber welche die Töne ausdrücken **b:ηb:θb:ιb:κb**:etc.

Weil man daher die Annehmlichkeit der Folge auf die Annehmlichkeit der aus den beiden zusammengesetzten Konsonanz zurückführt, wird die Darstellungszahl der Folge das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a:αa:βa:γa:δa:b:ηb:θb:ιb:κb** sein; denn diese Töne würde man erhalten, wenn beide Konsonanzen zugleich erklingen.

Weil aber **Aa** das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a:αa:βa:γa:δa** ist, das der übrigen **b:ηb:θb:ιb:κb** aber **Bb**, wird die Darstellungszahl der Folge das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein.

§. 17. Weil aber die Annehmlichkeit einer Konsonanz aus dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der die Töne ausdrückenden Zahlen falsch beurteilt wird, wenn jene Zahlen nicht kleinstmöglich sind sondern einen gemeinsamen Teiler haben, so ist das auch in der Folge zweier Konsonanzen zu berücksichtigen.

Wenn daher die Zahlen **a:αa:βa:γa:δa:b:ηb:θb:ιb:κb** einen gemeinsamen Teiler haben, müssen die einzelnen zuvor durch diesen dividiert und die Ergebnisse an ihre Stelle gesetzt werden.

Das kann aber nur auftreten, wenn die Indizes **a** und **b** gemeinsame Teiler besitzen. Sooft daher die Indizes zweier Konsonanzen einen gemeinsamen Teiler haben, müssen die Indizes vorher durch diesen dividiert werden, bevor die Darstellungszahl der Folge gesucht wird.

§. 18. Seien daher die Indizes der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)**, **a** und **b**, relativ prime Zahlen; die Darstellungszahl der Folge dieser Konsonanzen wird das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein.

Um das zu finden ist es notwendig, dass zuerst der größte gemeinsame Teiler gesucht wird, der **D** sei. Wenn man diesen kennt, muss eine der beiden Zahlen durch **D** dividiert und mit der anderen multipliziert werden;

das Ergebnis **Abab:D** wird das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein und zugleich Darstellungszahl der Folge der vorgelegten Konsonanzen, aus der die Annehmlichkeit der Folge erkannt werden wird.

§. 19. Weil man **a** und **b** als relativ prime Zahlen annimmt, werden die Zahlen **Aa** und **Bb** selbst einen gemeinsamen Teiler haben, wenn entweder **A** und **B** oder **A** und **b** oder **B** und **a** gemeinsame Teiler haben.

Und je mehr solche Teiler gefunden werden, umso größer wird der größte gemeinsame Teiler der Zahlen **Aa** und **Bb** sein. Aber je größer dieser gebildete größte gemeinsame Teiler sein wird, umso kleiner wird das kleinste gemeinsame Vielfache sein und deswegen umso annehmlicher die Folge der Konsonanzen. Denn weil **ABab:D** die Darstellungszahl der Folge ist, wird der Quotient **ABab:D** umso einfacher sein, je größer der größte gemeinsame Teiler **D** ist, und zu einem einfacheren Grad der Annehmlichkeit führen.

§. 20. Sei **A** eine Zahl, die zum Grad **p** führt, **B** zum Grad **q**, **a** zum Grad **r** und **b** zum Grad **s**, der größte gemeinsame Teiler **D** aber zum Grad **t**. Wenn man diese so annimmt, wird die Zahl **ABab:D** zum Grad **p + q + r + s – t – 2** zurückgeführt, wie man aus dem oben Erklärten ableiten kann. Wenn also die Zahlen **A**, **B**, **a**, **b** und **D** gegeben sind, wird der Grad der Annehmlichkeit bekannt werden, zu dem die Folge der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)** führt, nämlich der Grad **p + q + r + s – t – 2**. Je kleiner diese Zahl ist, desto annehmlicher wird die Folge sein müssen.

§. 21. Es folge zum Beispiel der Konsonanz **120(2)**, bestehend aus den Tönen **2:4:6:8:10:12:16** die Konsonanz **60(3)**, bestehend aus den Tönen **3:6:9:12:15**, von denen die erste vom zehnten Grad ist, die zweite vom neunten. Die Folge muss daher aus dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen **240** und **180** beurteilt werden, deren größter gemeinsamer Teiler **60** ist und zum neunten Grad führt.

Weil also **A = 120**, **a = 2**, **B = 60**, **b = 3** und **D = 60**, wird **p = 10**, **q = 9**, **r = 2**, **s = 3**, und **t = 9**, und daher **p + q + r + s – t – 2 = 13**. Daher ist die Darstellungszahl der Folge vom Grad **13**, von dem auch die Annehmlichkeit der Folge ist.

§. 22. Wenn die Darstellungszahlen beider Konsonanzen gegeben seien, werden die Indizes so bestimmt werden können, dass sich eine möglichst annehmliche Folge ergibt.

Sei **M** das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen **A** und **B**: es ist deutlich, dass die Darstellungszahl der Folge, **ABab:D**, entweder gleich **M**

selbst ist oder größer als dieses, kleiner nämlich kann sie nicht sein.

Am annehmlichsten also wird die Folge sein, wenn **ABab:D** gleich **M** selbst ist, einen geringeren Grad der Annehmlichkeit aber wird die Folge haben, wenn **ABab:D** gleich ist entweder **2M** oder **3M** oder **4M** etc.

Wenn man daher

ABab = nDM setzt, werden die Indizes **a** und **b** eine umso annehmlichere Folge bewirken je kleiner die Zahl **n** ist.

§. 23. Wir werden eine Folge „von erster Ordnung“ nennen, wenn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** gleich **M** selbst ist, d.h. gleich dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Zahlen **A** und **B**.

Wir werden aber eine Folge, deren Darstellungszahl **2M** ist, „von zweiter Ordnung“ nennen.

Weiter wird für uns eine Folge, deren Darstellungszahl **3M** oder **4M** ist, „von dritter Ordnung“ sein, weil ja die Zahlen **3** und **4** zum dritten Grad der Annehmlichkeit führen.

Und allgemein wird eine Folge, deren Darstellungszahl **nM** ist, von derselben Ordnung sein wie der Grad der Annehmlichkeit der Zahl **n**.

Hier aber muss man darauf achten, dass die Ordnungen der Folgen nicht mit den Graden der Annehmlichkeit vermischt werden, denn wir nennen eine Folge „von erster Ordnung“, soweit sie bei gleichbleibenden Darstellungszahlen der Konsonanzen nicht einfacher dargestellt werden kann, auch wenn die Folge selbst zu einem viel höheren Grad der Annehmlichkeit führt.

§. 24. Klar ist daher, dass eine Folge von Konsonanzen **A** und **B** von erster Ordnung sein wird, wenn **a** und **b** jeweils die Eins sind, denn das kleinste gemeinsame Vielfache von **A·1** und **B·1** ist **M**.

Es kann dennoch geschehen, dass die Folge der Konsonanzen **A(a)** und **B(b)** von erster Ordnung ist, obwohl **a** nicht = **b** ist.

Das tritt ein, wenn **b** in **Bb** entweder die gleiche oder eine kleinere Anzahl an Vielfachheiten hat als in **A**; und gleichzeitig **a** in **Aa** die gleiche oder eine kleinere Anzahl an Vielfachheiten als in **B**.

Denn wenn das so ist, wird **M** auch das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa** und **Bb** sein.

§. 25. Sei **d** der größte gemeinsame Teiler der Darstellungszahlen **A** und **B**, und **A = dE** und **B = dF**, dann werden **E** und **F** relativ prim sein.

Sei außerdem **e** Teiler von **E** und **f** Teiler von **F**, dann wird die Folge der Konsonanzen **dE(f)** und **dF(e)** von erster Ordnung sein.

Denn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **dEf** und **dFe** ist **dEF**, dasselbe

wie das der Zahlen **A** und **B** (d.h. **dE** und **dF**) selbst.

Wenn so **A = 15**, und **B = 18**, ist **d = 3**, **E = 5** und **F = 6**.

Daher wird **e** entweder **1** oder **5** sein können; und **f** entweder **1**, **2**, **3** oder **6**.

Die Folge wird also von erster Ordnung sein, wenn **A(a)** entweder **15(1)**, **15(2)**, **15(3)** oder **15(6)** ist, die folgende Konsonanz **B(b)** aber entweder **18(1)** oder **18(5)**.

§. 26. Daraus wird weiter leicht offensichtlich, welche Indizes genommen werden müssen damit die Darstellungszahl einer Folge **2M** wird, d.h. **2dEF**, in welchem Fall die Folge von zweiter Ordnung ist.

Und auf ähnliche Weise wird durch Bestimmen der Indizes erreicht werden können, dass die Darstellungszahl der Folge **ndEF** wird, d.h. die Folge selbst von der gegebenen Ordnung, was auf mehrere Arten geschehen können wird die aufzuzählen schwierig und überflüssig wäre.

Wenn die Darstellungszahlen der Konsonanzen **15** und **18** sind, ist die Folge von zweiter Ordnung, wenn die erste Konsonanz entweder **15(1)** oder **15(3)** und die zweite entweder **18(2)** oder **18(10)** ist, ebenso wenn die erste entweder **15(4)** oder **15(12)** ist und die zweite entweder **18(1)** oder **18(5)**.

§. 27. Wenn die Darstellungszahlen der Konsonanzen gleich sind, d.h. **A = B**, wird die einzige Folge von erster Ordnung erhalten werden, wenn **a = b = 1** ist, sie wird daher **A(1)** und **A(1)** sein.

Von zweiter Ordnung aber werden zwei Folgen sein, **A(1):A(2)** und **A(2):A(1)**, deren Darstellungszahl **2A** ist.

Von dritter Ordnung werden vier Folgen sei, nämlich **A(1):A(3)** und **A(1):A(4)** und ihre Umkehrungen.

Von vierter Ordnung werden sechs Folgen sein, nämlich: **A(1):A(6)**, **A(2):A(3)**, **A(1):A(8)** und ihre drei Umkehrungen.

Und eine beliebige solche Folge wird von dieser Ordnung sein, von welchem Grad der Annehmlichkeit das Produkt der Indizes ist.

§. 28. Wenn die Darstellungszahl der einen Konsonanz das Doppelte der anderen ist, d.h. **B = 2A**, werden von erster Ordnung diese zwei Folgen sein: **A(1):2A(1)** und **2A(1):A(2)**, denn deren Darstellungszahl ist **2A**, dieselbe wie der Darstellungszahlen **A** und **2A** selbst.

Die Darstellungszahl einer Folge von zweiter Ordnung ist **4A**, daher werden solche Folgen **A(1):2A(2)**, **A(4):2A(1)** und ihre Umkehrungen sein.

Auf ähnliche Weise werden die Folgen von jeder Ordnung gefunden, wenn **B = 3A** und allgemein, wenn **B = nA**; aus diesen werden einfachere Folgen, die nützlich sein können, leicht gefunden werden können.

§. 29. Wenn also die Darstellungszahlen der Konsonanzen untereinander gleich sind, werden Folgen von erster, zweiter, dritter bis sechster Ordnung die folgenden sein, wobei römische Zahlen die Ordnungen der Folgen bezeichnen und **A**, **A** die Darstellungszahlen der beiden Konsonanzen:

- I. **A(1):A(1).**
- II. **A(2):A(1).**
- III. **A(3):A(1), A(4):A(1).**
- IV. **A(6):A(1), A(3):A(2), A(8):A(1).**
- V. **A(5):A(1), A(9):A(1), A(12):A(1), A(4):A(3), A(16):A(1).**
- VI. **A(10):A(1), A(5):A(2), A(18):A(1), A(9):A(2), A(24):A(1), A(8):A(3), A(32):A(1).**

Wenn aber die Darstellungszahlen der Konsonanzen **2A** und **A** sind, erhält man diese Folgen von erster und folgenden Ordnungen:

- I. **2A(1):A(1), 2A(1):A(2).**
- II. **2A(1):A(4), 2A(2):A(1).**
- III. **2A(1):A(6), 2A(1):A(3), 2A(3):A(1), 2A(3):A(2), 2A(1):A(8), 2A(4):A(1).**
- IV. **2A(1):A(12), 2A(2):A(3), 2A(3):A(4), 2A(1):A(16), 2A(8):A(1).**
- V. **2A(1):A(10), 2A(1):A(5), 2A(5):A(1), 2A(5):A(2), 2A(1):A(18), 2A(1):A(9), 2A(9):A(1), 2A(9):A(2), 2A(1):A(24), 2A(3):A(8), 2A(4):A(3), 2A(1):A(32), 2A(16):A(1).**

Wenn die Darstellungszahlen der einander folgenden Konsonanzen **A** und **3A** sind, werden die Folgen nach ihren Ordnungen folgende sein:

- I. **3A(1):A(1), 3A(1):A(3).**
- II. **3A(1):A(6), 3A(1):A(2), 3A(2):A(1), 3A(2):A(3).**
- III. **3A(1):A(9), 3A(3):A(1), 3A(1):A(12), 3A(1):A(4), 3A(4):A(1), 3A(4):A(3).**
- IV. **3A(1):A(18), 3A(3):A(2), 3A(2):A(9), 3A(1):A(24), 3A(1):A(8), 3A(8):A(1), 3A(8):A(3).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **4A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **4A(1):A(1), 4A(1):A(2), 4A(1):A(4).**
- II. **4A(1):A(8), 4A(2):A(1).**
- III. **4A(1):A(12), 4A(1):A(6), 4A(1):A(3), 4A(3):A(1), 4A(3):A(2), 4A(3):A(4), 4A(1):A(16), 4A(4):A(1).**
- IV. **4A(1):A(24), 4A(2):A(3), 4A(3):A(8), 4A(6):A(1), 4A(1):A(32), 4A(8):A(1).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **6A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **6A(1):A(1), 6A(1):A(2), 6A(1):A(3), 6A(1):A(6).**
- II. **6A(1):A(12), 6A(1):A(4), 6A(2):A(1), 6A(2):A(3).**
- III. **6A(1):A(18), 6A(1):A(9), 6A(3):A(1), 6A(3):A(2), 6A(1):A(24), 6A(1):A(8);
6A(4):A(1), 6A(4):A(3).**

Wenn die Darstellungszahlen **2A** und **3A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **3A(1):2A(1), 3A(2):2A(1), 3A(1):2A(3), 3A(2):2A(3).**
- II. **3A(1):2A(2), 3A(1):2A(6), 3A(4):2A(1), 3A(4):2A(3).**
- III. **3A(1):2A(9), 3A(3):2A(1), 3A(6):2A(1), 3A(2):2A(9), 3A(1):2A(12), 3A(1):2A(4),
3A(8):2A(1), 3A(8):2A(3).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **8A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **8A(1):A(1), 8A(1):A(2), 8A(1):A(4), 8A(1):A(8).**
- II. **8A(1):A(16), 8A(2):A(1).**
- III. **8A(1):A(24), 8A(1):A(12), 8A(1):A(6), 8A(1):A(3), 8A(3):A(1), 8A(3):A(2),
8A(3):A(4), 8A(3):A(8), 8A(1):A(32), 8A(4):A(1).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **5A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **5A(1):A(1), 5A(1):A(5).**
- II. **5A(1):A(10), 5A(1):A(2), 5A(2):A(1), 5A(2):A(5).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **9A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **9A(1):A(1), 9A(1):A(3), 9A(1):A(9).**
- II. **9A(1):A(18), 9A(1):A(6), 9A(1):A(2), 9A(2):A(1), 9A(2):A(3), 9A(2):A(9).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **12A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **12A(1):A(1), 12A(1):A(2), 12A(1):A(3), 12A(1):A(4), 12A(1):A(6), 12A(1):A(12).**
- II. **12A(1):A(24), 12A(1):A(8), 12A(2):A(1), 12A(2):A(3).**

Wenn die Darstellungszahlen **3A** und **4A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **4A(1):3A(1), 4A(1):3A(2), 4A(1):3A(4), 4A(3):3A(1), 4A(3):3A(2), 4A(3):3A(4).**
- II. **4A(1):3A(8), 4A(2):3A(1), 4A(3):3A(8), 4A(6):3A(1).**

Wenn die Darstellungszahlen **A** und **16A** sind, werden die Folgen sein:

- I. **16A(1):A(1), 16A(1):A(2), 16A(1):A(4), 16A(1):A(8), 16A(1):A(16).**
- II. **16A(1):A(32), 16A(2):A(1).**

§. 30. Daraus erkennt man genügend, wie bei gegebener Folge zweier Konsonanzen sowohl die Darstellungszahl der Folge als auch ihre Ordnung bestimmt werden kann; wenn diese Dinge bekannt sind wird es einfach sein zu beurteilen, mit welchem Grad der Annehmlichkeit eine vorliegende Folge von Konsonanzen vom Gehör aufgenommen werden wird.

Außerdem wird man bei jeder beliebigen vorliegenden Konsonanz eine andere einer gleichfalls gegebenen Art bestimmen können, die in einer Reihe mit ersterer eine Folge einer von gegebenen Ordnung, entweder von erster oder von zweiter oder von dritter usw. ergibt; und das wird meistens auf mehrere Arten gewährleistet werden können, wie sowohl aus den erklärten Regeln als auch aus der eingefügten Tabelle ausführlich klar wird.

§. 31. Aus dem Gesagten versteht man auch, dass Folgen zweier Konsonanzen meistens auf sehr viele Arten erzeugt werden können, bei denen die Darstellungszahl der Folge dieselbe ist.

Damit das deutlicher verstanden wird, sei die Darstellungszahl der Folge gegeben, die **E** sei; von dieser werden zwei Teiler angenommen, **M** und **N**, deren kleinstes gemeinsame Vielfache **E** ist. Diese Teiler sollen sodann in zwei Faktoren zerlegt werden, so dass **M = Aa** und **N = Bb**, von denen **a** und **b** teilerfremd seien.

Wenn man diese gefunden hat, soll diese Folge von Konsonanzen **A(a):B(b)** gebildet werden, und die Darstellungszahl dieser Folge wird **E** sein.

Reihen von Konsonanzen

§. 1. Wie sowohl Konsonanzen als auch Folgen zweier Konsonanzen beschaffen sein müssen damit sie den Ohren angenehme Harmonie bieten können, ist in den beiden vorigen Kapiteln reichlich erklärt worden.

Diese beiden Dinge reichen aber nicht aus, um ein musikalisches Werk im Ganzen annehmlich zu erzeugen. Denn damit mehrere Konsonanzen und Folgen von Konsonanzen mit Vergnügen wahrgenommen werden ist es außerdem erforderlich, dass auch die Ordnung die in allen einander folgenden Konsonanzen enthalten ist vom Geist erfasst wird, und dass daraus das angestrebte Ziel, nämlich die Annehmlichkeit, entsteht.

§. 2. Wie nämlich einzelne für sich sehr annehmliche Konsonanzen ohne vernünftige Beziehung verbunden keine Harmonie bewirken, so verhält es sich auch bei der Beziehung mehrerer Folgen, sodass, auch wenn jede von ihnen gemäß den vorgeschriebenen Regeln erstellt wurde, für die Ohren dennoch ein unangenehmes Getöse hervorgerufen wird wenn nicht besondere Vorschriften befolgt werden. Deshalb wollen wir in diesem Kapitel darlegen, welche Regeln bei der Verbindung mehrerer Konsonanzen beachtet werden müssen.

§. 3. Der Teil der Musik, der lehrt mehrere Konsonanzen so miteinander zu verbinden dass sie einen annehmlichen Zusammenklang ergeben, wird für gewöhnlich „einfache Komposition“ genannt; unter dem Namen Komposition wird nämlich gewöhnlich die Herstellung jedes musikalischen Werkes verstanden. Um also eine einfache Komposition zu vollenden, die das Fundament aller übrigen Kompositionen ist, muss man vor allem wissen, woraus die Annehmlichkeit mehrerer folgender Konsonanzen, d.h. eines vollen Zusammenklangs, besteht. Hierauf sind aus diesem Prinzip Regeln abzuleiten, die man in einer einfachen Komposition beachten muss.

§. 4. Das Fundament der Annehmlichkeit aber, die in der Reihe mehrerer Konsonanzen enthalten sein kann, ist im Ganzen ähnlich denjenigen Fundamenten, von denen gezeigt wurde, dass auf ihnen die Annehmlichkeit von Konsonanzen und auch von Folgen zweier von ihnen beruhen. Um die Harmonie mehrerer einander folgender Konsonanzen wahrzunehmen ist es deshalb erforderlich, dass die Ordnung erfasst wird die in den einzelnen Teilen enthalten ist, d.h. in den Tönen und den Konsonanzen, sowohl in den einzelnen als auch in allen zusammen.

5. Wie also sowohl bei jeder Konsonanz als auch bei einer Folge von zwei Konsonanzen die Harmonie, d.h. die Annehmlichkeit wahrgenommen wird, wenn die Darstellungszahl der einzelnen Töne erkannt wird und die aller Töne, die sowohl in der einen als auch der anderen Konsonanz enthalten sind, so durchblickt man leicht, dass die Harmonie mehrerer einander folgender Konsonanzen verstanden wird, wenn man die Darstellungszahl aller Töne begreift die diese Reihe von Konsonanzen bilden.

Daraus versteht man, dass es für die Wahrnehmung der Annehmlichkeit mehrerer einander folgender Konsonanzen erforderlich ist, dass die Darstellungszahl aller Töne und der aus ihnen gebildeten Konsonanzen erkannt wird.

§. 6. Die Darstellungszahl aber aller Töne, aus denen alle einander folgenden Konsonanzen bestehen, ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen, die sie repräsentieren.

Wenn deswegen eine Reihe von Konsonanzen vorliegt, wird aus der Zahl, die das kleinste gemeinsame Vielfache aller in ihnen vorkommenden Töne ist, mit Hilfe der bereitgestellten Tabelle und der erklärten Regeln bestimmt werden können, mit welchem Grad der Einfachheit die gesamte Reihe der Konsonanzen erfasst werden kann. Und aus dem Grad der Annehmlichkeit, den entweder die Tabelle oder die Regeln zeigen, wird erkannt werden können, wie annehmlich und dem Gehör fasslich jede beliebige vorgelegte Reihe von Konsonanzen sein wird.

§. 7. Weil daher die Darstellungszahl einer Reihe von Konsonanzen, aus der ein Urteil über die Harmonie gezogen werden muss, das kleinste gemeinsame Vielfache aller Zahlen ist, welche die einzelnen vorkommenden Töne repräsentieren, ist es offensichtlich, dass diese Zahl durch die Darstellungszahlen sowohl der einfachen Konsonanzen als auch aller Folgen zweier Konsonanzen teilbar sein wird.

Wenn man daher die Darstellungszahl der gesamten Reihe von Konsonanzen kennt, ist es notwendig, dass sowohl die einzelnen Konsonanzen als auch die Folgen zweier Konsonanzen wahrgenommen werden; und durch diese Überlegung soll in Folge der gesamte Zusammenhang erfasst werden.

§. 8. Aus der Darstellungszahl einer Reihe mehrerer Konsonanzen also versteht man – wenn diese entweder schon vorher bekannt ist oder aus einigen Konsonanzen schließlich erfasst wurde – welche Töne und welche Konsonanzen auftreten müssen.

Daher bestimmt diese Darstellungszahl die Grenzen oder den „Ambitus“ eines Musikstücks, wie er von Musikern gewöhnlich genannt wird, und sie erfasst alle passenden Töne und schließt die unpassenden aus.

Diese Begrenzung wird auch „*modus musicus*“ genannt, so dass der musikalische Modus eine Sammlung bestimmter Töne ist die allein man beim Zusammenstellen eines Musikstücks günstig verwenden kann, und so dass andere außer diesen einzuführen überhaupt nicht erlaubt ist.

§. 9. Weil also der musikalische Modus durch die Darstellungszahlen aller Töne, die den Modus ergeben, bestimmt wird, werden wir diese Darstellungszahl künftig die „Darstellungszahl des Modus“ (*numerus exponens modi*) nennen. Wenn wir uns daher eine vollständige Konsonanz vor Augen stellen, deren eigene Darstellungszahl hier die Darstellungszahl des Modus sei, werden in dieser Konsonanz alle Töne enthalten sein, die in diesem Modus gebraucht werden können. Wenn man also diese Darstellungszahl erkannt hat, kann man sogleich beurteilen, ob in dem vorgelegten musikalischen Werk der Modus eingehalten wurde oder aber ob ein Fehler gegen den Modus begangen wurde; das geschieht, wenn Töne zugezogen werden die in der Darstellungszahl des Modus nicht enthalten sind.

§. 10. Wenn wir aber gesagt haben, dass es ein Fehler sei vom Modus abzuweichen, gilt das nur solange dieser Modus beibehalten wird. Denn es ist überhaupt erlaubt und wird oftmals mit größter Anmut geschehen, dass der Modus verändert und dass von einem Modus in einen anderen übergegangen wird; und das nicht nur in demselben musikalischen Werk, sondern auch in demselben Teil. Und bei dieser Veränderung, d.h. dieser Folge der Modi sind dieselben Vorschriften einzuhalten, die bei der Folge von Konsonanzen erklärt wurden.

§. 11. Wie wir also jeder beliebigen Konsonanz ihre Darstellungszahl zugeteilt haben, und genauso jeder beliebigen Folge zweier Konsonanzen, so wird auch jeder beliebige Abschnitt d.h. jede Periode eines Musikstücks, in der derselbe Modus eingehalten wird, ihre bestimmte Darstellungszahl haben, und ähnlich die Folge zweier derartiger Perioden. Schließlich aber wird die Darstellungszahl des gesamten musikalischen Werks alle vorigen Darstellungszahlen umfassen, d.h. überhaupt alle Töne, die in allen Teilen verwendet wurden.

§. 12. Damit also ein Musikstück gefällt, ist es erforderlich, dass erstens die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen wahrgenommen werden; dann dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Konsonanzen erkannt werden. Drittens, dass man auf die Darstellungszahlen der einzelnen Perioden achtet. Viertens, dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Perioden, also die Veränderungen der Modi, wahrgenommen werden.

Fünftens schließlich, dass die Darstellungszahl aller Perioden, das heißt des ganzen musikalischen Werks, verstanden wird. Wer also das alles durchblickt, der erkennt endlich das musikalische Werk vollkommen und er kann darüber richtig urteilen.

§. 13. Ich bezweifle nicht, dass eine solche Kenntnis eines musikalischen Werks äußerst schwierig, sogar auch die Kräfte des menschlichen Verstands bei weitem überfordernd scheint, wegen der Darstellungszahl des ganzen musikalischen Werks, einer so komplexen Zahl dass sie vom Geist überhaupt nicht erfasst werden kann.

Aber so sehr dieses Erkennen schwierig erscheint, so wird der Verstand auf wunderbare Weise unterstützt, wenn man diese Wahrnehmung stufenweise erlangt.

So wie nämlich die Darstellungszahl einer Folge zweier Konsonanzen nicht schwierig erkannt wird auch wenn sie sehr komplex ist und für sich kaum verstanden werden könnte, wenn man die Darstellungszahlen der (einzelnen) Konsonanzen schon wahrgenommen hat, so erweist sich auch, wenn die einfacheren Darstellungszahlen in der Folge bekannt sind, dadurch selbst das Erfassen von komplexeren als nicht allzu schwierig.

§. 14. Denn wie die Wahrnehmung der Darstellungszahl einer Folge zweier Konsonanzen nicht aus der Darstellungszahl selbst (bzw. dem Grad der Annehmlichkeit den sie hat) beurteilt werden muss sondern aus der Ordnung der Folge, so wird auch die Darstellungszahl eines Modus d.h. einer Periode nach Kenntnis der Darstellungszahlen sowohl der Konsonanzen als auch der Folgen einfacher festgestellt. Und dieses Erfassen der Darstellungszahlen der Modi geleitet gleichsam dazu, die Darstellungszahlen der Folgen von Modi zu erkennen. Wenn man diese schließlich wahrgenommen hat, erweist sich die Kenntnis der Darstellungszahl des ganzen musikalischen Werks als einfach.

§. 15. Damit aber ein Musikstück mit Vergnügen gehört wird, ist es notwendig, dass die Darstellungszahlen der Folgen zweier Konsonanzen nicht viel komplexer sind als die Darstellungszahlen der Konsonanzen selbst.

Weiters dass die Darstellungszahlen der Modi nicht viel größer sind als die Darstellungszahlen der Folgen.

Schließlich dass die Darstellungszahl des gesamten musikalischen Werks jene Darstellungszahlen in der Einfachheit der Wahrnehmung nur wenig überragt. In dieser Wahrnehmung nämlich und in der fortschreitenden Kenntnis von Einfacherem zu Komplexerem befindet sich wahre Annehmlichkeit und das Vergnügen, das das Gehör aus der Musik schöpfen kann; wie im zweiten Kapitel aus den eigenen Prinzipien der Harmonie genügend gezeigt wurde.

§. 16. Daraus also erkennt man zur Genüge, wie ein musikalisches Werk gestaltet sein muss dass es den kundigen Hörern gefällt, gleichzeitig aber versteht man auch, dass musikalische Werke, in denen gegen diese Vorschriften gefehlt wurde wie wir sie untersuchen, deswegen den Hörern missfallen müssen. Wie ferner derartige unvollkommene musikalische Werke von weniger Kundigen gutgeheißen werden können, ist auch leicht erklärlich; denn das geschieht, wenn sie Unvollkommenheiten und gegen die Regeln der Harmonie begangene Fehler nicht bemerken, dazwischen trotzdem manches nicht unpassend Gesetztes erkennen und wahrnehmen.

§. 17. Weil also die Darstellungszahl mehrerer Konsonanzen die Darstellungszahl aller Töne ist die diese Konsonanzen bilden, wird sie das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen sein die die Einzeltöne repräsentieren. Bequemer aber wird sie aus den mit den Indizes verbundenen Darstellungszahlen der Konsonanzen gefunden werden können, auf ähnliche Weise wie wir im vorigen Kapitel gelehrt haben die Darstellungszahl einer Folge zu finden. Dieselben Vorschriften nämlich, die für zwei Konsonanzen beschrieben sind, behalten ihre Gültigkeit auch für drei und mehr. Die Darstellungszahl einer Reihe mehrerer Konsonanzen ist nämlich freilich nichts anderes als das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen.

§. 18. Wir wollen zuerst mehrere einfache hintereinander erzeugte Töne betrachten, deren gegenseitige Beziehung durch die Zahlen **a:b:c:d:e** ausgedrückt sei, und wir wollen die Darstellungszahl dieser Reihe von Tönen suchen. Weil aber ein Einzelton eine Konsonanz ersten Grades ist und seine Darstellungszahl die Eins wird, wenn sie nicht mit anderen verglichen wird, werden die Buchstaben **a, b, c, d, e** die Indizes dieser Einzeltöne bezeichnen, weil sie die Beziehung beinhalten, die diese Töne – gleichsam als Konsonanz betrachtet – untereinander haben. In Art einer Konsonanz müssen diese Töne daher ausgedrückt werden mit **1(a):1(b):1(c);1(d):1(e)**.

§. 19. Die Darstellungszahl dieser Reihe von einfachen Tönen ist aber dieselbe wie die Darstellungszahl der Konsonanz, die aus diesen Tönen besteht. Die Darstellungszahl der Konsonanz **a:b:c:d:e** ist aber das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **a, b, c, d, e**, von dem wir annehmen wollen, dass es **D** sei. Wenn man daher diese aufeinanderfolgenden Töne gleich wie eine Konsonanz betrachtet, wird die Darstellungszahl dieser Reihe von Konsonanzen **1(a):1(b):1(c);1(d):1(e)** auch **D** sein, das ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Indizes **a, b, c, d, e**, weil die Darstellungszahlen selbst alle **1** sind.

Und aus dem Grad der Annehmlichkeit, zu dem die Zahl führt, muss beurteilt werden, wie angenehm für das Gehör diese Reihe von Klängen sein wird.

§. 20. Seien nun **A, B, C, D, E** die Darstellungszahlen von nacheinander angeordneten Konsonanzen und **a, b, c, d, e** deren Indizes, die die Beziehung der Basen dieser Konsonanzen zueinander ausdrücken, so dass diese Reihe von Konsonanzen auf folgende Art zu repräsentieren ist:

$$\mathbf{A(a):B(b):C(c):D(d):E(e)}.$$

In dieser Reihe nehmen wir an, dass die Zahlen **a, b, c, d, e** untereinander prim sind, so dass sie außer der Eins keinen gemeinsamen Teiler haben. Denn wenn sie einen gemeinsamen Teiler hätten, müssten sie durch diesen dividiert werden, bevor die Darstellungszahl der Reihe gesucht würde.

§. 21. Die in der Konsonanz **A(a)** enthaltenen Töne aber sind die Teiler der Darstellungszahl **A** einzeln mit **a** multipliziert. Daher wird ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches **Aa** sein.

Auf ähnliche Art werden die kleinsten gemeinsamen Vielfachen der Töne, die die Konsonanzen **B(b), C(c), D(d), E(e)** bestimmen, **Bb, Cc, Dd, Ee** sein.

Daher wird das kleinste gemeinsame Vielfache aller Töne, die in den diesen aufeinanderfolgenden Konsonanzen enthalten sind, das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Aa, Bb, Cc, Dd, Ee** sein. Und dieses kleinste gemeinsame Vielfache wird die gesuchte Darstellungszahl der vorgelegten Reihe von Konsonanzen sein.

§. 22. Seien zum Beispiel folgende Konsonanzen vorliegend:

$$\mathbf{8: 12: 16: 24: 32: 48;}$$

$$\mathbf{8: 12: 20: 24: 40: 60;}$$

$$\mathbf{9: 12: 18: 27: 36: 54;}$$

$$\mathbf{10: 15: 20: 30: 45: 60;}$$

$$\mathbf{9: 15: 30: 36: 45: 60;}$$

Die Töne jeder dieser (Konsonanzen) müssen durch den größten gemeinsamen Teiler dividiert werden, und von diesen Zahlen muss das kleinste gemeinsame Vielfache gesucht werden; und das wird die Darstellungszahl der Konsonanz sein, der größte gemeinsame Teiler aber der Index.

Wenn man das getan hat sollen diese Konsonanzen so ausgedrückt werden:

$$\mathbf{24(4):30(4):36(3):36(5):60(3);}$$

daraus wird als Darstellungszahl der Reihe = **4320** gefunden werden, diese Zahl führt zum **XVI.** Grad.

§. 23. Man versteht also sowohl aus den überlieferten Regeln als auch durch das beigebrachte Beispiel, auf welche Weise bei Vorliegen jeder beliebigen Reihe von Konsonanzen deren Darstellungszahl gefunden werden muss, aus der auf ihre wechselseitige Harmonie geschlossen werden kann.

Die Darstellungszahl jeder beliebigen Konsonanz muss nämlich mit ihrem Index multipliziert werden, und von allen auf diese Weise gefundenen Produkten muss das kleinste gemeinsame Vielfache untersucht werden; und das wird die Darstellungszahl der vorgelegten Reihe von Konsonanzen sein.

§. 24. Wenn zum Komponieren eines ganzen Musikstücks zwei oder mehrere Reihen von Konsonanzen verbunden werden, deren Darstellungszahlen durch diese dargelegten Regeln schon gefunden wurden, nämlich **M, N, P, Q** usw., muss man zuerst ausfindig machen, ob die Einheit jeder dieser Darstellungszahlen denselben Ton oder verschiedene bezeichnet.

In letzterem Fall nämlich muss man das Verhältnis, das die durch die Einheit bezeichneten Töne der einzelnen Reihen untereinander besitzen, mit möglichst kleinen Zahlen bezeichnen, und diese Zahlen, die ich mit **m, n, p, q** usw. annehmen will, werden die Indizes sein die mit den Darstellungszahlen zu verbinden sind, so dass jene zu verbindenden Reihen auf folgende Art durch Darstellungszahlen und Indizes auszudrücken sind:

$$\mathbf{M(m):N(n):P(p):Q(q)} \text{ usw.}$$

§. 25. Weil also eine derart durch eine Darstellungszahl ausgedrückte Reihe von Konsonanzen ein *modus musicus* ist, versteht man, wie man über den Übergang von einem Modus in den anderen, ebenso über die Verbindung mehrerer Modi urteilen muss.

Wenn nämlich aufeinanderfolgend verbundene Modi durch Darstellungszahlen und Indizes ausgedrückt sind als **M(m):N(n):P(p):Q(q)** etc., erhält man die Darstellungszahl – und aus ihr die Natur und die Anlage des ganzen Musikstücks das aus jenen Modi komponiert ist – wenn das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen **Mm, Nn, Pp, Qq** usw. gesucht wird:

Das nämlich wird die Darstellungszahl des ganzen vorgelegten musikalischen Werkes sein.

§. 26. Damit also über ein vorgelegtes Musikstück ein richtiges Urteil gebildet werden kann, sind erstens die einzelnen Konsonanzen zu prüfen und ihre Darstellungszahlen zu erforschen.

Zweitens sollen die Folgen zweier Konsonanzen betrachtet werden.

Drittens wird es passend sein, mehrere Konsonanzen, aus denen ein Modus besteht, zusammen zu betrachten.

Viertens ist die Folge zweier Modi, d.h. der Übergang von einem Modus in einen anderen, zu untersuchen.

Fünftens endlich ist die Vereinigung aller Modi in dem musikalischen Werk zu prüfen.

Auf welche Weise diese einzelnen Schritte mit Hilfe der Darstellungszahlen ausgeführt werden müssen, ist zur Genüge dargestellt worden.

§. 27. Übrig bleibt also, dass wir in diesem Kapitel, soweit möglich, zeigen, auf welche Weise man eine Reihe von Konsonanzen und daraufhin ein ganzes musikalisches Werk fertigen soll, sodass es dem Gehör angenehme Harmonie bietet.

In dieser Aufgabe werden wir uns so bewegen, dass wir aus der gegebenen Darstellungszahl eines Modus – d.h. einer Reihe von Konsonanzen – die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen ermitteln wollen.

Weil man daher eine überaus große Anzahl von Darstellungszahlen erhalten und aus jeder beliebigen von ihnen unzählige Reihen von Konsonanzen ableiten kann, steht diese Wissenschaft sehr weit offen und wird immerwährend nicht nur durch neue Werke, sondern auch durch neue Modi bereichert werden.

§. 28. In der heutigen Zeit freilich, in der sich das Studium der Musik zu einem so großen Grad an Perfektion gehoben hat, ist es jedenfalls wert sich zu wundern, dass alle in Musik Bewanderten sich nur mit dem Komponieren neuer Werke befassen aber die Zahl der Modi, die ziemlich karg ist und schon vor langer Zeit übernommen wurde, überhaupt nicht zu vergrößern wagen. Der Grund dafür scheint zu sein, dass die wahren Prinzipien der Harmonie bisher unbekannt waren und dass ohne diese das Studium der Musik nur durch Erfahrung und Gewohnheit gepflegt wurde.

§. 29. Weil die Darstellungszahl einer Reihe von Konsonanzen das kleinste gemeinsame Vielfache der Darstellungszahlen der mit ihren Indizes multiplizierten einzelnen Konsonanzen ist, werden alle diese Ergebnisse aus den Darstellungszahlen und den Indizes Teiler der Darstellungszahl der Reihe von Konsonanzen sein.

Wenn daher die Darstellungszahl der Reihe von Konsonanzen gegeben sei, angenommen **M**, müssen, um die einzelnen Konsonanzen zu finden, alle möglichen Teiler von **M** selbst genommen werden, die **Aa, Bb, Cc, Dd** usw. seien.

Wenn man diese gefunden hat, werden **A(a):B(b):C(c):D(d):** usw. die Reihe der Konsonanzen repräsentieren, deren Darstellungszahl die gegebene Zahl **M** sein wird.

§. 30. Beim Nehmen dieser Teiler aber muss das beachtet werden, dass sie die vorgelegte Darstellungszahl **M** ausschöpfen, das heißt, dass sie kein kleineres kleinstes gemeinsames Vielfache besitzen als **M**.

Das wird erreicht werden, wenn man gleich von Anfang an einige Konsonanzen bestimmt, deren Darstellungszahlen die gegebene Zahl **M** ausschöpfen; wenn das festgesetzt ist, wird man auch den Vorteil erhalten, dass gleich zu Beginn beim Hören einiger Konsonanzen die Darstellungszahl der gesamten Reihe von Konsonanzen wahrgenommen wird, und aus deren Kenntnis kann man auch die Harmonie der gesamten Reihe einfacher beurteilen. Darüber aber wird später mehr erklärt werden.

Gebräuchliche Bezeichnungen verschiedener Intervalle

§. 1. Nachdem die harmonischen Regeln im Allgemeinen dargelegt sind die es gilt sowohl bei den Konsonanzen als auch in deren Zusammensetzung zu befolgen, wollen wir nun zu den verschiedenen Arten der Musik weitergehen und für diese die Anwendung der gegebenen Vorschriften umfassender erklären. Aber bevor die Musikarten bequem aufgezählt und dargelegt werden können, müssen eigene und im Gebrauch eingebürgerte Bezeichnungen erklärt werden, damit es für später möglich ist in gewohnter Art und gewohnter Sprache diese Dinge zu erörtern.

Diese Bezeichnungen sind nämlich Namen, die den meisten Intervallen schon früh gegeben wurden und so schon durch langen Gebrauch eingebürgert sind, sodass es sowohl um der Bequemlichkeit als auch um der Notwendigkeit willen durchaus erforderlich ist, sie vollständig darzulegen.

§. 2. Obwohl aber diese Namen allenthalben erklärt wurden, sind ihre Definitionen nicht genügend natürlich gestaltet und für unsere Arbeit gänzlich ungeeignet. Denn die Intervalle, die eigene Namen bekommen haben, werden für gewöhnlich eher aus der Praxis selbst und der Erfahrung als aus der Natur der Töne beschrieben.

Wir aber wollen auf der Methode beharren, die wir beim Messen von Intervallen durch Logarithmen verwendet haben, und werden sowohl Verhältnisse als auch Logarithmen jedem Intervall zugeordnet anführen, woraus man besser über die Größe jedes Intervalls urteilen können wird.

§. 3. Oben aber wurde schon dargelegt, dass ein Intervall der Abstand zwischen zwei Tönen in Bezug auf Tiefe und Höhe ist. Man kann deshalb sagen, dass, je größer der Unterschied zwischen dem tieferen und dem höheren Ton, umso größer auch das Intervall ist.

Wenn also die Töne gleich sind wird der Abstand zwischen ihnen null sein, und daher wird das Intervall der Töne, die das Verhältnis der Gleichheit **1:1** haben, null sein, wie auch der Logarithmus des Verhältnisses *0* ist.

Wir werden nämlich die Intervalle, wie wir schon festgesetzt haben, durch einen Logarithmus des Verhältnisses messen, das die Töne zueinander haben.

Dieses verschwindende Intervall zweier gleicher Töne wird aber „Unisono“ genannt.

§. 4. Für das Ausdrücken dieser Logarithmen der Verhältnisse könnten wir freilich jede beliebige Reihe von Logarithmen verwenden, in der eine Zahl (Basis) gesetzt wird deren Logarithmus die Eins ist.

Am meisten aber wird uns helfen, diejenige derartige Reihe zu nehmen, in der die Eins als Logarithmus der Zwei gesetzt ist, weil die Zwei beim Ausdrücken von Konsonanzen am öftesten auftritt und in der Musik am meisten beachtet wird; und daher wird, wenn man sich darauf einigt, die Berechnung um vieles einfacher. Siehe daher die Tabelle von solchen Logarithmen, soweit sie für unsere Arbeit ausreicht.

log. 1 = 0,000000

log. 5 = 2,321928

log. 2 = 1,000000

log. 6 = 2,584962

log. 3 = 1,584962

log. 7 = 2,807356

log. 4 = 2,000000

log. 8 = 3,000000

§. 5. Nach dem Intervall gleicher Töne, das Unisono genannt wird, kommt das Intervall der Töne zur Betrachtung, die das doppelte Verhältnis **1:2** haben, das von den griechischen Musikern „Diapason“ genannt wird; deswegen weil das Intervall beliebiger Töne durch Verdoppeln des zweiten Tons so wenig verändert wird, das es beinahe für dasselbe gehalten wird, und weil man deswegen meint, dass in diesem Intervall Diapason alle anderen Intervalle enthalten seien.

Von den Lateinern aber wird dieses Intervall „Oktav“ genannt, die Begründung für diese Bezeichnung kommt vom sogenannten diatonischen Tongeschlecht, wie wir später ausführlicher darlegen werden.

Das Maß dieses Intervalls, das Diapason oder Oktav genannt wird, ist

12 – 11, d.h. **12**, das ist *1,000000*.

§. 6. Weil hierauf das Intervall der Töne, die das Verhältnis **4:1** haben, *2,000000* ist, wird dieses Intervall für gewöhnlich „Diadiapason“ oder „Doppeloktav“ genannt.

Außerdem wird das Intervall der Töne **8:1**, weil es *3,000000* ist, d.h. dreimal größer als das Oktav genannte Intervall, als dreifache Oktav bezeichnet.

Auf ähnliche Weise wird das Intervall der Töne **16:1**, dessen Maß *4,000000* ist, vierfache Oktav genannt und das Intervall der Töne **32:1** fünffache Oktav, und so weiter.

Weil daher die Benennungen der größeren Intervalle nach der Zahl der in ihnen enthaltenen Oktaven vorgenommen werden, wird die Begründung klar, warum wir die Eins für den **log. 2** angenommen haben; denn von einem ein beliebiges Intervall ausdrückenden Logarithmus bezeichnet der ganzzahlige Anteil, wie viele Oktaven in diesem Intervall enthalten sind.

§. 7. Griechisch „Diapente“ bzw. lateinisch „Quint“ wird weiters das Intervall der Töne genannt, die das Verhältnis **3:2** besitzen, seine Bezeichnung ist ebenfalls aus dem diatonischen Geschlecht übernommen. Das Maß dieses Intervalls ist daher $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 0,584962$. Daher ist dieses Intervall kleiner als das Intervall Diapason; das Verhältnis aber, das diese beiden Intervalle zueinander besitzen, kann nicht mit (ganzen) Zahlen ausgedrückt werden.

Näherungsweise aber verhält sich das Intervall Diapason zum Intervall Diapente in folgenden Brüchen: **5:3, 7:4, 12:7, 17:10, 29:17, 41:24, 53:31**, die so beschaffen sind, dass mit kleineren Zahlen keine näheren Verhältnisse dargestellt werden können.

§. 8. Weil weiters das Maß des Intervalls der Töne **3:1** gleich $1,584962$ ist, was die Summe der Maße der Oktav und der Quint ist, wird dieses Intervall für gewöhnlich Oktav plus Quint genannt.

Auf ähnliche Weise wird das Intervall der Töne **6:1** Doppeloktav plus Quint sein, weil ja das Maß $2,584962$ ist.

Und auf gleiche Weise wird das Intervall der Töne **12:1** dreifache Oktav plus Quint genannt, und das der Töne **24:1** vierfache Oktav plus Quint.

Daraus erkennt man, dass ein Intervall mit dem Dezimalteil 584962 zusammengesetzt ist aus einer Quint und so vielen Oktaven, wie der ganzzahlige Anteil angibt.

§. 9. Vom Intervall Diapente oder Quint unterscheidet sich nicht viel das Intervall „Diatessaron“ oder „Quart“, das zwischen Tönen besteht, die das Verhältnis **4:3** besitzen, und dessen Maß folglich $0,415037$ ist.

Von daher ist es offensichtlich, dass diese zwei Intervalle Quint und Quart zusammen eine Oktav bilden; weil die Summe ihrer Maße $1,000000$ ist.

Auf ähnliche Weise wird weiters das Intervall der Töne **8:3**, dessen Maß $1,415037$ ist, Oktav plus Quart genannt, und das Intervall der Töne **16:3**, dessen Maß $2,415037$ ist, Doppeloktav plus Quart, und so weiter.

§. 10. Wie daher diese Intervalle Quint und Quart, die kleiner sind als die Oktav, einfache Namen erhalten haben, aber die Intervalle, die aus ihnen durch Dazufügen einer oder mehrerer Oktaven entstanden sind, mit zusammengesetzten Namen bezeichnet werden, so nennt man alle kleineren Intervalle als die Oktav für gewöhnlich „einfache Intervalle“, größere als die Oktav aber „zusammengesetzte Intervalle“.

Das Maß von einfachen Intervallen ist daher kleiner als die Eins, und der ganzzahlige Teil der sie messenden Logarithmen ist 0 .

Die Logarithmen der zusammengesetzten Intervalle sind größer als die Eins, d.h. ihre ganzzahligen Teile sind größer als null.

Daraus wird klar, dass alle einfachen Intervalle in der Oktav enthalten sind, und aus diesem Grund wird die Oktav auch Diapason genannt.

§. 11. Weil also die Benennung von zusammengesetzten Intervalle aus der Anzahl der Oktaven, die es enthält, und dem Namen des darüber hinausgehenden Teils geformt wird, der ein einfaches Intervall ist, wird es ausreichend sein, die einfachen Intervalle aufzuzählen, wie sie freilich von den Musikern eingebürgerte und fixierte Namen sind.

Damit wir das deutlicher bewerkstelligen, werden wir bei den kleinsten zu beschreibenden Intervallen beginnen. Das sind Komma, Diësis und Diaschisma und sie werden deswegen die kleinsten genannt, weil sie vom Gehör kaum wahrgenommen werden können, und weil man meint, dass sie größere Intervalle nicht verändern wenn sie zu diesen entweder dazugefügt oder von ihnen weggenommen werden; so sehr, dass größere Intervalle, die solcherart durch die kleinsten entweder vergrößert oder verkleinert werden, für dieselben gehalten werden.

Was freilich nur für größere Ohren stimmt, in der vollkommenen Harmonie aber überhaupt nicht zutrifft.

§. 12. Durch das (Syntonische) „Komma“ aber wird das Intervall zweier Töne bestimmt, die das Verhältnis **81:80** besitzen, so dass das Maß des Kommas **log. 81 – log. 80 = 0,017920** ist; und so füllen ungefähr **56** Kommata die Oktav aus. Die „Diësis“ ist das Intervall der Töne die das Verhältnis **128:125** besitzen, ihr Maß ist also **0,034215**. Daher ist die Diësis ungefähr doppelt so groß wie das Komma, und in der Oktav sind ungefähr **29** Diëses enthalten.

Das „Diaschisma“ schließlich ist das Intervall der Töne **2048:2025** und sein Maß ist **0,016295**, folglich füllen ungefähr **61** Diaschismata die Oktav aus. Es trifft demnach zu, dass das Diaschisma die Differenz zwischen der Diësis und dem Komma ist.

§. 13. Diese so winzigen Intervalle treten freilich in der gebräuchlichen Musik für gewöhnlich nicht auf, und Töne mit so geringem Abstand werden nicht herangezogen; bisweilen jedoch findet man in der Musik so kleine Differenzen der größeren Intervalle, dass es zu deren Beschreibung nötig war diese kleinsten Intervalle einzuführen. Die kleinsten Intervalle aber, die in der Musik tatsächlich verwendet werden und für gewöhnlich mit Tönen ausgedrückt werden, sind die großen und kleinen Hemitonia; und auch die großen und kleinen Limmata; Weil diese Intervalle wenig von einander entfernt sind, werden sie von Unkundigeren für gleich gehalten und mit dem Namen „Halbton“ bezeichnet.

§. 14. Das „große Hemitonium“ ist das Intervall der Töne, die das Verhältnis **16:15** besitzen, sein Maß ist also *0,093109*.

Das „kleine Hemitonium“ aber besteht zwischen den Tönen **25:24**; letzteres Verhältnis wird von ersterem (großes Hemitonium) um das Verhältnis **128:125** übertagt, das die Diësis ausdrückt; daher wird das Maß des kleinen Hemitoniums *0,058894* sein, und führt, wenn man zu diesem das Maß der Diësis addiert, zum Maß des großen Hemitoniums.

Die Oktav also füllen ungefähr zehn große Hemitonia mit zwei Diëses aus, oder ungefähr **17** kleine Hemitonia.

§. 15. Das „große Limma“, das vom Tonverhältnis **27:25** bestimmt wird, übertagt um ein Komma das große Hemitonium, und daher ist sein Maß *0,111029*.

Das „kleine Limma“ aber ist das Intervall der Töne, die das Verhältnis **135:128** besitzen, und daher übertagt es um ein Komma das kleine Hemitonium, vom großen Limma aber abgezogen ergibt es die Diësis. Daher ist das Maß des kleinen Limmas *0,076814*.

Neun große Limmata ergeben ungefähr eine Oktav, von kleinen Limmata werden zum Ausfüllen der Oktav aber **13** benötigt.

§. 16. Diese vier Arten von Intervallen werden für gewöhnlich vermischte Halbtöne genannt, wie wir schon gesagt haben; sie werden aber auch „kleine Sekunden“ genannt; dieser Name wie auch die Bezeichnungen „Oktav“, „Quint“ und „Quart“ haben ihren Ursprung im diatonischen Geschlecht.

Die Komplemente aber dieser Intervalle zur Oktav, die von den Verhältnissen **15:8**, **48:25**, **50:27** und **256:135** bestimmt sind, werden mit derselben Ableitung des Namens „große Septimen“ genannt.

Die Maße dieser Intervalle sind also *0,906890*, *0,941105*, *0,888970* und *0,923185*; sie sind die größten Intervalle kleiner als die Oktav, die man freilich verwendet.

§. 17. Den Halbtönen folgen in der Ordnung der Größe die Intervalle, die mit dem Namen „Ganztöne“ (Toni) und auch „große Sekunden“ bezeichnet zu werden pflegen.

Von den Ganztönen aber gibt es drei Arten, deren erste, die durch das Verhältnis **9:8** bestimmt ist, „großer Tonus“ genannt wird, dessen Maß daher *0,169924* ist; sechs von diesen Toni übertagen zusammen die Oktav um ein Komma.

(eigentlich nicht um das Syntonische Komma 81:80 sondern um das Pythagoräische Komma $3^{12}:2^{19}$)

Der „kleine Tonus“ wird durch das Verhältnis **10:9** beschrieben und ist um ein Komma kleiner als der große Tonus, so dass sein Maß *0,152004* ist.

Zu den Ganztönen wird drittens auch das durch die Tönen **256:225** gebildete Intervall gezählt, das den großen Tonus um ein Diaschisma, den kleinen aber um

eine Diësis überragt.

Die Komplemente aber dieser Ganztöne zur Oktav werden „kleine Septimen“ genannt.

§. 18. Der Ganzton aber enthält nach einer weitgehend akzeptierten Meinung zwei Halbtöne.

Denn der große Tonus ist sowohl Summe von großem Hemitonium und kleinem Limma als auch Summe von kleinem Hemitonium und großem Limma.

Der kleine Tonus aber ist die Summe aus dem großen und dem kleinen Hemitonium.

Der größte Ganzton schließlich, der durch das Verhältnis **256:225** beschrieben wird, ist die Summe zweier großer Hemitonia.

Auf ähnliche Weise entstehen die nachfolgenden Intervalle durch Hinzufügen von Halbtönen.

§. 19. Aus den Ganztönen entstehen durch Hinzufügen eines Halbtons die Intervalle, denen der Name „kleine Terzen“ gegeben ist; obwohl genauer gesagt nur das Intervall diesen Namen verdient das von den Tönen **6:5** gebildet wird. Diese Intervalle nämlich weichen entweder durch ein Komma oder durch ein Diaschisma oder durch eine Diësis von diesem Verhältnis (**6:5**) ab und werden deshalb gleich wie eine kleine Terz behandelt, die eine ziemlich angenehme Konsonanz ist; so kann man das auch bei den übrigen Intervallen handhaben, die angenehme Konsonanzen sind.

Das Komplement der kleinen Terz zur Oktav wird „große Sext“ genannt, die vom Verhältnis **5:3** beschrieben wird; folglich ist das Maß der kleinen Terz $0,263034$ und das der großen Sext $0,736965$.

§. 20. Über die kleine Terz geht die „große Terz“ um einen Halbton hinaus, und sie ist das Intervall der Töne die das Verhältnis **5:4** besitzen. Daher ist ihr Maß $0,321928$; diese große Terz besteht daher aus dem großen Tonus verbunden mit dem kleinen Tonus.

Das Komplement aber der großen Terz zur Oktav wird „kleine Sext“ genannt, die also aus den Tönen besteht die das Verhältnis **8:5** besitzen; ihr Maß ist $0,678071$.

Die Sext wird auch auf griechisch Hexachordon genannt, so dass die große Sext mit dem großen Hexachordon deckungsgleich ist, die kleine aber mit dem kleinen.

§. 21. Wenn man zur großen Terz, die vom Verhältnis **5:4** beschrieben wird, das große Hemitonium **16:15** hinzufügt, wird aus deren Zusammensetzung das Verhältnis **4:3** hervorgehen, das Intervall, das „Diatessaron“ genannt wird oder „Quart“.

Dessen Komplement aber zur Oktav ist die „Diapente“ oder „Quint“, die durch das Verhältnis **3:2** bezeichnet wird; über beide Intervalle wurde oben schon geschrieben.

Hier bleibt noch übrig zu bemerken, dass die Differenz zwischen der Quint und der Quart der große Tonus ist, der im Verhältnis **9:8** besteht; genau diese Differenz hat in der Antike zuerst die Idee des großen Tonus geliefert.

§. 22. Weil schon alle übrigen Intervalle sich voneinander durch Halbtöne unterscheiden, haben die Musiker auch einen Klang in der Mitte zwischen Quint und Quart platziert, der von beiden um einen Halbton entfernt ist. Dieser Klang aber wird „Tritonus“ genannt, weil er durch den Abstand dreier Toni bestimmt wird, anders aber auch „übermäßige Quart“ oder „verminderte Quint“ oder „falsche Quint“.

Für die vier verschiedenen Arten des Halbtons erhält man vier Arten des Tritonus, von denen die erste durch das Verhältnis **64:45** bezeichnet wird und eine Quart plus ein großes Hemitonium ist.

Die zweite Art ist eine Quint vermindert um ein großes Hemitonium und wird im Verhältnis **45:32** beschrieben.

Die dritte Art ist eine Quart plus ein kleines Hemitonium, die vierte aber eine Quint vermindert um ein kleines Hemitonium; erstere wird also mit dem Verhältnis **18:25**, letztere aber mit dem Verhältnis **25:36** beschrieben, deren letztes auch die doppelte kleine Terz ist.

§. 23. Wie diese Intervalle ihre Namen von Zahlen erhalten haben und Sekund, Terz, Quart, Quint usw. bis zur Oktav genannt werden, so sind auch ähnliche Namen den zusammengesetzten Intervallen gegeben worden, d.h. den Intervallen größer als die Oktav.

Die Oktav nämlich mit der Sekund, sei es der großen sei es der kleinen, wird kleine oder große „Non“ genannt; in gleicher Weise wird die Oktav mit der Terz „Dezim“ genannt, die Oktav mit der Quart „Undezim“, und so fort indem man immer sieben zu den Namen der einfachen Intervalle dazuzählt: so ist die „Duodezim“ die Oktav plus Quint, die „Quindezim“ aber die doppelte Oktav, woraus die Namen dieser Art hinreichend verstanden werden.

§. 24. Damit alle diese Intervalle mit ihren Namen auf einen Blick offenkundig werden und damit sie leichter so wahrgenommen werden können wie sie sich voneinander unterscheiden, schien es mir passend folgende Tabelle anzufügen, in der erstens die Namen der einfachen Intervalle platziert sind, danach die Verhältnisse der Töne in Zahlen, drittens die Maße der Intervalle ausgedrückt durch die für diese Arbeit ausgewählte Logarithmen; in der vierten Spalte habe ich

außerdem die Grade der Annehmlichkeit dazugeschrieben derer sich alle Intervalle erfreuen, aus denen sogleich beurteilt werden kann, um wie viel die einen Intervalle angenehmer sein werden als andere.

Namen der Intervalle	Zahlenverhältnis	Maß	Grad der Annehmlichkeit
Diaschisma	2048:2025	<i>0,016295</i>	XXVIII.
Komma	81:80	<i>0,017920</i>	XVII.
Diësis	128:125	<i>0,034215</i>	XX.
kleines Hemitonium	25:24	<i>0,058894</i>	XIV.
kleines Limma	135:128	<i>0,076814</i>	XVIII.
großes Hemitonium	16:15	<i>0,093109</i>	XI.
großes Limma	27:25	<i>0,111029</i>	XV.
kleiner Tonus	10:9	<i>0,152004</i>	X.
großer Tonus	9:8	<i>0,169924</i>	VIII.
kleine Terz	6:5	<i>0,263934</i>	VIII.
große Terz	5:4	<i>0,321928</i>	VII.
Quart	4:3	<i>0,415037</i>	V.
Tritonus	25:18	<i>0,473931</i>	XIV.
	45:32	<i>0,491851</i>	XIV.
	64:45	<i>0,508148</i>	XV.
	36:25	<i>0,526069</i>	XV.
Quint	3:2	<i>0,584962</i>	IV.
kleine Sext	8:5	<i>0,678071</i>	VIII.
große Sext	5:3	<i>0,736965</i>	VII.
kleine Septim	16:9	<i>0,830075</i>	IX.
	9:5	<i>0,847995</i>	IX.
große Septim	50:27	<i>0,888970</i>	XVI.
	15:8	<i>0,906890</i>	X.
	256:135	<i>0,923185</i>	XIX.
	48:25	<i>0,941105</i>	XV.
Oktav	2:1	<i>1,00000</i>	II.

Daher schreiten diese Intervalle dem Grad der Annehmlichkeit nach so fort:

Oktav

Quint

Quart

große Terz und große Sext

(großer) Tonus, kleine Terz und kleine Sext

beide kleinen Septimen

kleiner Tonus und eine große Septim (die um ein großes Hemitonium verringerte Oktav)

die Halbtöne und die übrigen großen Septimen

Tongeschlechter

§. 1. Bis jetzt haben wir allgemein die Natur der Töne erklärt sowie Regeln um aus ihnen Harmonie zu formen, aber bisher war noch nicht der Platz spezielle Vorschriften für musikalische Kompositionen darzulegen. Denn bevor man diese Regeln an die Praxis anpassen kann, ist es notwendig die Musikinstrumente zu betrachten und die Art diese zu temperieren. Denn weil die Töne, die man verwendet um Musikstücke wiederzugeben, entweder mit Hilfe der lebendigen Stimme oder mit Hilfe von Instrumenten dem Gehör dargeboten werden, soll man vor allem sowohl Stimme als auch Instrumente dazu vorbereiten, alle Töne wiederzugeben die für die Darbietung der Musikstücke notwendig sind.

§. 2. Weil also die Darstellungszahl (*exponens*) eines Musikstücks alle notwendigen Töne beinhaltet, wird aus dieser Darstellungszahl selbst erkannt werden, wie viele und welche Töne in den Musikinstrumenten enthalten sein müssen. Daher hängt die Einrichtung der Musikinstrumente von der Darstellungszahl der Musikstücke ab, die mit ihrer Hilfe dem Gehör dargebracht werden sollen; sodass, wenn wir musikalische Werke anderer Darstellungszahlen ausführen wollen, für diese auch andere Musikinstrumente erforderlich sind, die an jene Darstellungszahlen angepasst sind.

§. 3. Wenn also die Darstellungszahl eines Musikstücks vorliegt, müssen die Instrumente zum Ausdrücken der Töne so adaptiert werden, dass in ihnen alle Töne enthalten sind, die jene Darstellungszahl in sich umfasst – wenn nicht etwa gewisse Töne entweder zu tief oder zu hoch sind, sodass sie von den Ohren nicht wahrnehmbar sind; diese können, gleichsam überflüssig, überhaupt ausgelassen werden.

Die Töne aber, welche die vorgelegte Darstellungszahl in sich enthält, werden aus ihren Teilern gesammelt; daher sind die Musikinstrumente so einzurichten, dass sie alle wahrnehmbaren Töne umfassen, die durch Teiler dieser Darstellungszahl ausgedrückt sind. Andererseits aber erkennt man auch aus einem gegebenen Musikinstrument, zu welcher Art musikalischem Werk es geeignet ist.

§. 4. Aber auch die Töne, die in einem gegebenen Musikinstrument enthalten sind, werden am bequemsten durch die Darstellungszahl bezeichnet, die wie bisher das kleinste gemeinsame Vielfache aller in jenem Instrument enthaltenen Töne ist.

Aus der Darstellungszahl eines Musikinstruments also erkennt man, welche Musikstücke man damit hervorbringen kann. Andere musikalischen Werke können nämlich auf diesem Instrument nicht ausgedrückt werden, als die deren Darstellungszahl ein Teiler der Darstellungszahl des Instruments ist. Dafür aber ist erforderlich, dass im Instrument alle Töne enthalten sind, die aus den Teilern seiner Darstellungszahl entstehen; wenn von ihnen nämlich welche fehlten, wäre das Instrument unvollständig und zum Gebrauch nicht ausreichend geeignet.

§. 5. Um also ein Musikinstrument gut einzurichten, ist eine geeignete Darstellungszahl auszuwählen, welche die Darstellungszahlen aller musikalischen Werke enthält die mit ihm wiedergegeben werden sollen. Wenn man das getan hat, müssen alle Teiler dieser Darstellungszahl untersucht und die Töne, die durch diese einzelnen Teiler ausgedrückt werden, am Instrument eingerichtet werden; ausgenommen aber diese, die wegen zu großer Tiefe oder Höhe nicht wahrgenommen werden können. Außer diesen Tönen aber können bequem noch andere der Gleichförmigkeit wegen hinzugefügt werden, sodass die in den einzelnen Oktaven enthaltenen Töne der Anzahl nach gleich sind. Das ist nicht nur im Gebrauch eingebürgert, sondern es macht auch die Instrumente vollkommener, sodass sie geeignet sind, mehrere Musikstücke wiederzugeben.

§. 6. Daher wird nicht nur der Teiler einer beliebigen angenommenen Darstellungszahl einen Ton auf einem Instrument bewirken, sondern auch sein Doppeltes, Vierfaches, Achtfaches usw. – und genauso seine Hälfte, sein Viertel, sein Achtel usw. Wenn man das vereinbart hat, wird es geschehen, dass alle Oktav genannten Intervalle durch eine gleiche Anzahl von Tönen gefüllt werden und auch auf ähnliche Weise aufgeteilt sind. Dadurch wird auch bequem erreicht, dass, wenn eine Oktav richtig temperiert ist, aus ihr die übrigen sowohl höheren als auch tieferen Oktaven leicht geformt werden; das geschieht, wenn man von den einzelnen in einer Oktav enthaltenen Tönen die anderen um eine oder mehrere Oktaven sowohl höher als auch tiefer stimmt.

§. 7. Wenn also die Darstellungszahl eines Instruments **A** ist und ihre Teiler **1, a, b, c, d, e** usw. sind, müssen außer den durch diese Teiler bezeichneten Tönen auch die Töne **2, 2a, 2b, 2c, 2d** usw., ebenso **4, 4a, 4b, 4c** usw., darauf auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}c$, ebenso $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{4}b$, $\frac{1}{4}c$ usw. am Instrument eingerichtet werden. Wenn man durch Multiplikation die Brüche aber aufhebt, werden alle im Instrument enthaltenen Töne **2ⁿ, 2ⁿa, 2ⁿb, 2ⁿc, 2ⁿd, ---- 2ⁿA** sein, wo **n** eine beliebige

ganze Zahl bezeichnet.

Die Darstellungszahl eines auf diese Weise eingerichteten Instruments wird nicht mehr A sein, sondern $2^m A$, wenn m eine unbestimmte kleine oder große Zahl bezeichnet, soweit die Töne wahrnehmbar sind.

§. 8. Ein so vorbereitetes Instrument wird also nicht nur geeignet sein, Musikstücke hervorzubringen deren Darstellungszahlen in A enthalten sind, sondern auch solche deren Darstellungszahlen in $2^m A$ erfasst werden. Daraus erkennt man, dass Musikinstrumente, wenn alle Oktaven in gleicher Weise mit Tönen aufgefüllt sind, größere Vollendung erzielen und zu mehr musikalischen Werken geeignet sind. Schließlich haben deswegen auch Anfänger den Vorteil, dass sie bei Kenntnis der in einer Oktav enthaltenen Töne gleichzeitig leicht die Töne der übrigen Oktaven erkennen.

§. 9. Für die Darstellungszahlen der Musikstücke werden wir daher im Folgenden die Form der Art $2^m A$ annehmen und untersuchen, wie viele und welche Töne eine beliebige Oktav enthalten muss.

Für A aber ist es günstig, nur ungerade Zahlen zu nehmen; denn wenn gerade genommen würden wäre das überflüssig, weil die Zweier in 2^m enthalten sind. Daher wird jede beliebige Darstellungszahl $2^m A$ eine eigene Teilung der Oktav ergeben, sowohl in Bezug auf die Anzahl der Töne als auch in Bezug auf die Intervalle, die die Töne zueinander besitzen.

Eine derartige Teilung der Oktav wird von den Musikern für gewöhnlich „Tongeschlecht“ (*genus musicum*) genannt; von solchen Geschlechtern sind drei schon lange Zeit bekannt, und zwar das diatonische, das chromatische und das enharmonische Geschlecht.

§. 10. Wenn von der Oktav, deren Unterteilung aus der gegebenen Darstellungszahl $2^m A$ gesucht wird, der tiefste Ton E ist, wird der höchste $2E$ sein und die übrigen Töne werden in den Grenzen E und $2E$ enthalten sein. Daher muss man alle Teiler von A mit solchen Potenzen der Zwei multiplizieren, dass sie größer als E aber kleiner als $2E$ werden, und alle diese Ergebnisse werden die in der Oktav enthaltenen Töne liefern. Daraus wird ersichtlich, dass in einer Oktav so viele Töne enthalten sein müssen, wie A Teiler hat, weil jeder beliebige Teiler von A einen Ton in jede Oktave einfügt.

§. 11. Wenn also die Darstellungszahl des Instruments, die wir im Folgenden die Darstellungszahl des Tongeschlechts (*exponens generis musici*) nennen werden, $2^m a^p$ ist bei gegebener Primzahl a , dann wird eine Oktav $p + 1$ Töne enthalten, weil ja a^p so viele Teiler hat.

Wenn aber die Darstellungszahl $2^m a^p b^q$ ist, werden in einer Oktav $(p + 1)(q + 1)$, also $pq + p + q + 1$ Töne enthalten sein; die Zahl $a^p b^q$ nämlich hat so viele und nicht mehr Teiler, wenn freilich a und b nicht gleiche Primzahlen sind.

Auf ähnliche Weise wird $2^m a^p b^q c^r$ als Darstellungszahl $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$ im Intervall einer Oktav enthaltene Töne ergeben.

Deswegen kann man also sogleich aus der Darstellungszahl des Geschlechts beurteilen, wie viele Töne in einer Oktav enthalten sind.

§. 12. Welche aber diese in jeder Oktav enthaltenen Töne sind, werden gerade die Teiler von A beschreiben; denn sie müssen einzeln so mit Potenzen der Zwei multipliziert werden, dass der größte zum kleinsten ein kleineres Verhältnis als das doppelte hat.

Das aber wird bequemer klar, wenn man nämlich solche Logarithmen gebraucht, wie wir sie hier in Verwendung genommen haben; aus ihnen wird, weil 1 der Logarithmus der **Zwei** ist, sogleich klar werden, mit welcher Potenz der Zwei jeder beliebige Teiler multipliziert werden muss damit die Logarithmen aller Töne sich nicht mehr als die Eins voneinander unterscheiden.

§. 13. Wir werden also die Tongeschlechter vom einfachsten bis zu den komplexesten behandeln soweit sie freilich Nutzen haben können, sowohl die bekannten als auch die unbekannten, und bei jedem anmerken zu welchen musikalischen Werken es geeignet ist.

Das einfachste Tongeschlecht aber ist ohne Zweifel 2^m , das erhalten wird, wenn $A = 1$ ist. Im Intervall einer Oktav ist also der einzige Ton 1 enthalten, dem sogleich der Ton 2 als volle obere Oktav folgt. Daher werden alle in einem Musikinstrument enthaltenen Töne **1:2:4:8:16** sein, weil Musikinstrumente selten mehr als 4 Oktaven umfassen.

Dieses Geschlecht aber ist aufgrund der zu großen Einfachheit nicht geeignet, irgendeine musikalische Harmonie zu erzeugen.

§. 14. Die Darstellungszahl $2^m A$ wird also nach der Ordnung das nächste Tongeschlecht ergeben, wenn $A = 3$ angenommen wird, dessen Teiler 1 und 3 sind; und von da die Oktav bildenden Töne

2:3:4.

In diesem Geschlecht wird daher die Oktav in zwei Teile geteilt, deren einer das Intervall Quint, der zweite die Quart ist. Die Form dieser Oktav kann auch, wenn man als tiefsten Ton 3 annimmt, mit **3:4:6** dargestellt werden, wo das untere Intervall die Quart, das obere die Quint ist.

Die Töne aber eines nach der Darstellungszahl $2^m \cdot 3$ eingerichteten Instruments werden **2:3:4:6:8:12:16:24:32** sein.

Im Übrigen ist dieses Geschlecht zu einfach, sodass es niemals in Gebrauch war.

§. 15. In der Musik sind bis zu diesem Tag keine anderen Konsonanzen eingebürgert als die, deren Darstellungszahlen allein aus den Primzahlen **2, 3** und **5** bestehen, so sehr, dass die Musiker beim Bilden von Konsonanzen über die Fünf nicht hinausgegangen sind. Deswegen werde ich hier zu Beginn an Stelle von **A** außer **3** und **5** und ihren Potenzen keine anderen Zahlen annehmen; wenn wir aber diese Tongeschlechter dargestellt haben, die sich daraus ergeben können, werden wir auch versuchen die **7** einzuführen; von da werden vielleicht einmal neue Tongeschlechter gebildet und neue und bisher nicht gehörte musikalische Werke vollendet werden können.

§. 16. Das dritte Geschlecht der Musik wird also $2^m \cdot 5$ sein, bei dem die in der Oktav enthaltenen Töne

4:5:8

sind, von deren beiden Intervallen das untere die große Terz, das obere die kleine Sext darstellt.

Dieses Geschlecht kann aber keinen Gebrauch haben, einerseits weil es zu einfach ist, andererseits weil es die Zahl **5** unter Auslassung der Drei und daher komplexere Konsonanzen unter Auslassung von einfacheren enthält. Gleichbedeutend wäre es nämlich, bei Konsonanzen größere Primzahlen zu verwenden aber kleinere auszulassen, wodurch eine über die Maßen verwinkelte und weniger angenehme Harmonie erzeugt würde.

§. 17. In diesen zwei Geschlechtern war in **A** eine einzige Dimension, entweder von **3** oder von **5**.

Nun wollen wir daher zwei Dimensionen annehmen, und die Darstellungszahl des vierten Geschlechts sei $2^m \cdot 3^2$, in dem die Teiler der Größe **A**, also von 3^2 , **1:3:9** sind. Die Oktav wird also die Töne

8:9:12:16

enthalten und besteht aus drei Intervallen, deren erstes der große Tonus ist, die beiden übrigen aber Quarten.

Und das ist das erste Geschlecht von dem man sagt dass es verwendet wurde, dessen Urheber Merkur war, der erste Erfinder von Musik in Griechenland.

Er drückte diese vier Töne mit ebenso vielen Saiten aus, woher der Name des Instruments *Tetrachordon* kam.

Von diesem Instrument ausgehend aber haben spätere Musiker, um die Verehrung für Merkur zu zeigen, auch komplexere Geschlechter für gewöhnlich in Tetrachorde eingeteilt.

§. 18. In diesem ersten Geschlecht der Musik also, das mit den Gesetzen der Harmonie wunderbar zusammenpasst und auch aus diesem Grund die Hörer die zuvor keine Harmonie kennengelernt hatten zu höchster Bewunderung veranlasste, waren außer der Quint, der Quart, dem großen Tonus und der Oktav keine für die Ohren angenehmen Intervalle enthalten. Und auch nach dieser Zeit blieb bis zu den Zeiten des Ptolemäus die Terz genannte Konsonanz unbekannt, bevor sie Ptolemäus als erster in die Musik einführte.

§. 19. Die Darstellungszahl des fünften Geschlechts wird $2^m \cdot 3 \cdot 5$ sein, das wegen der Teiler von $3 \cdot 5$, nämlich $1:3:5:15$, in einer Oktav die Töne

8:10:12:15:16

enthalten wird.

An jedenfalls überaus angenehmen Intervallen erfreut es sich daher der großen und kleinen Terz, der großen und kleinen Sext, der Quint und Quart, des großen Hemitoniums und der großen Septim.

Inzwischen steht es dennoch nicht fest, ob dieses Geschlecht jemals in Gebrauch war, obwohl es zu mehr Variationen fähig gewesen wäre als das vorhergehende Geschlecht des Merkur. Ohne Zweifel ist die Begründung dafür, dass man sowohl die große als auch die kleine Terz wegen der Zahl 5 bis zu Ptolemäus nicht beachtete; dieser aber hat ein schon komplexeres Geschlecht eingeführt.

§. 20. Die Darstellungszahl $2^m \cdot 5^2$ begründet das sechste Geschlecht, in dessen Oktave wegen der Teiler von 5^2 ($1:5:25$) die Töne mit dem Verhältnis

16:20:25:32

enthalten sind. Durch diese wird die Oktav in drei Intervalle geteilt, deren erste zwei große Terzen sind, das letzte aber eine große Terz plus eine Diësis.

Es ist nicht verwunderlich, dass dieses Geschlecht niemals in Gebrauch war, einerseits weil zu den ältesten Zeiten die Terzen unbekannt waren, andererseits weil die in diesem Geschlecht enthaltenen Konsonanzen nicht besonders annehmlich sind, und dazu kommt, dass dieses Geschlecht der annehmlichsten Intervalle, der Quint und Quart nämlich, entbehrt.

§. 21. Für uns wird das siebente Geschlecht dieses sein, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3$ ist. Die Teiler von 3^3 selbst sind **1:3:9:27**, aus denen folgende Oktav begründet wird:

16:18:24:27:32,

von der aber nicht belegt ist, dass sie jemals in Gebrauch war.

Die Darstellungszahl des achten Geschlechts ist $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$, deren sechs ungerade Teiler **1:3:5:9:15:45** sind, weswegen folgende Töne eine Oktav bilden:

32:36:40:45:48:60:64.

Und dieses Geschlecht enthält die höchste Anmut und würde verdienen in die Verwendung aufgenommen zu werden, wenn es nicht schon in den aufgenommenen Geschlechtern enthalten wäre.

Das neunte Geschlecht hat die Darstellungszahl $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$ und enthält in einer Oktav folgende Töne:

64:75:80:96:100:120:128.

Das zehnte Geschlecht aber der Darstellungszahl $2^m \cdot 5^3$ wird in einer Oktav die Töne

64:80:100:125:128

haben.

§. 22. Das elfte Geschlecht wird also die Darstellungszahl $2^m \cdot 3^4$ haben und daher in einer Oktav die Töne

64:72:81:96:108:128

enthalten.

Über dieses Geschlecht wie auch über das vorhergehende ist zu bemerken, dass in ihnen Konsonanzen und Intervalle vorkommen, die im heute verwendeten Geschlecht freilich nicht enthalten sind; daher umfasst auch das Tongeschlecht, das nun in Verwendung ist und das diatonisch-chromatische genannt wird, diese zwei letzten nicht; die vorherigen Geschlechter aber umfasst es alle in sich, so dass das nun in die Verwendung aufgenommene Tongeschlecht auch zu denselben musikalischen Werken dient, zu denen auch die vorhergehenden Geschlechter geeignet sind.

§. 23. Das zwölfte Geschlecht wird durch die Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$ bestimmt, in einer Oktav wird es also diese acht Töne enthalten:

128:135:144:160:192:216:240:256.

Und dieses Geschlecht kommt dem diatonischen Geschlecht der Antike am nächsten, obwohl die damaligen Musiker nur sieben Töne in diesem Geschlecht angeordnet haben. Wenn man nämlich den Ton **135** auslässt, stimmt dieses Geschlecht nahezu mit dem diatonisch-syntonischen Geschlecht des Ptolemäus überein. In diesem wird die Oktav in zwei Tetrachorde geteilt, von denen beide das Intervall Diatessaron umfassen. Und diese teilt man so in drei Intervalle, dass das unterste der große Hemitonium ist, das nächste der große Tonus und das dritte der kleine Tonus.

§. 24. Diese Einteilung selbst aber hat auch unser Geschlecht, wenn man den Ton **135** auslässt; wenn man nämlich die Oktav mit dem Ton **120** beginnt, wird sie folgendes Aussehen haben:

120:128:144:160 | 180:192:216:240,

von deren zwei Teilen beide das Intervall Diatessaron sind, so unterteilt, dass die untersten Intervalle **120:128** und **180:196** große Hemitonia sind, die mittleren **128:144** und **192:216** aber große Toni, und die obersten **144:160** und **216:240** kleine Toni. Mit außerordentlicher Annehmlichkeit ist das diatonische Geschlecht des Ptolemäus versehen, wie es auch durch die Erfahrung genügend bezeugt wird, weil dieses Geschlecht auch heute in Gebrauch ist, während andere Geschlechter der Antike, die mit weniger oder keiner Anmut versehen sind, geringgeschätzt werden.

§. 25. Weil aber dieses diatonische Geschlecht der Alten den Ton **135** nicht besitzt, der jedoch gleich zur Oktav beiträgt wie die übrigen, kann man es nicht für ganz vollendet halten; einstweilen aber werden wir, da eine so große Übereinstimmung mit unserem zwölften Geschlecht besteht, dieses das **korrigierte diatonische** nennen.

Man versteht aber daraus, wie hartnäckig die alten Musiker dem als erstes gefundenen Geschlecht des Merkur angehangen haben, so dass sie die Musikinstrumente in Tetrachorde und die einzelnen Tetrachorde in drei Teile eingeteilt haben. Dieser Grundsatz passte wenigstens in diesem Geschlecht genügend mit der Harmonie zusammen, bei den übrigen aber war er der Grund für unangenehme Harmonie.

§. 26. Außer diesem diatonischen syntonischen Geschlecht des Ptolemäus aber gab es bei den Musikern der Antike mehrere Arten des diatonischen Geschlechts, deren in den einzelnen Tetrachorden enthaltene Intervalle sich so verhielten:

<i>Diatonicum Pythagorae</i>	243:256; 8:9; 8:9.
<i>Diatonicum molle</i>	20:21; 9:10; 7:8.
<i>Diatonicum toniacum</i>	27:28; 7:8; 8:9.
<i>Diatonicum aequale</i>	11:12; 10:11; 9:10.

Bei allen diesen war es der Grundsatz, dass das erste Intervall ungefähr ein Halbton sei, die übrigen beiden ungefähr Ganztöne, und dass alle zusammen ein Diatessaron bilden.

Leicht wird man aber erkennen wie unvollkommen und misstönend diese Geschlechter sind; deswegen verwundert es überhaupt nicht, dass sie völlig ausgelöscht sind.

§. 27. Wie aber in der heutigen Zeit die Musikinstrumente für gewöhnlich nach Oktaven eingeteilt und alle Oktaven gleichmäßig aufgeteilt werden, so liebten es die Musiker der Antike, ihre Instrumente in Quarten einzuteilen und die einzelnen Quarten gleichmäßig in drei Intervalle aufzuteilen, wodurch sie eher dem Tetrachord des Merkur als der Harmonie an sich folgten.

Und diese Aufteilung machten besonders die pythagoräischen Musiker mit nach Gutdünken gewählten Zahlen ohne Rücksicht auf die Harmonie, wie aus den beigebrachten Beispielen genügend offensichtlich wird; und auf diese Weise fügten sie mit diesen Zahlen der Musik nicht wenig Schaden zu, so dass sie zu Recht von Aristoxenos und seinen Anhängern getadelt wurden.

§. 28. Das diatonisch-syntonische Geschlecht des Ptolemäus aber, das zufälligerweise aus dieser widersinnigen Art Musik zu betreiben entstand, ist auch jetzt mit Recht in Gebrauch und wird bei Cymbali, Clavichorden und anderen händisch gespielten Instrumenten gesehen, bei denen es Tasten zweier Arten gibt, deren längere und untere die Töne des diatonisch-syntonischen Geschlechts hervorbringen.

Wie also diese Tasten gewöhnlich mit Buchstaben bezeichnet werden, so benennt man auch zweckmäßig die Töne selbst mit denselben Buchstaben.

Von daher also wird der mit der Zahl **192** bezeichnete Ton **C** sein, die folgenden **216: D**, **240: E**, **256: F**, **288: G**, **320: A**, **360: H**, **384: c**.

§. 29. Mit denselben – allerdings kleinen – Buchstaben werden die um eine Oktav höheren Töne, d.h. die durch die doppelte Zahl ausgedrückten, bezeichnet; weil so also **320 A** ist, wird **640 a** sein, **1280: $\bar{a}$** , **2560: $\bar{\bar{a}}$** , **5120: $\bar{\bar{\bar{a}}}$** usw. Deswegen werden solchen Lettern – seien es Großbuchstaben, seien es Kleinbuchstaben – Töne entsprechen, die mit folgenden Zahlen ausgedrückt sind:

C werden nämlich alle Töne genannt, die in der Formel **$2^n \cdot 3$** enthalten sind;

D die in **$2^n \cdot 3^3$** enthaltenen Töne;

E die in **$2^n \cdot 3 \cdot 5$** enthaltenen Töne;

F die in **2^n** enthaltenen Töne;

G die in **$2^n \cdot 3^2$** enthaltenen Töne;

A die in **$2^n \cdot 5$** enthaltenen Töne;

und **H** die in **$2^n \cdot 3^2 \cdot 5$** enthaltenen Töne.

Der im gebräuchlichen Geschlecht ausgelassene Ton **$2^n \cdot 3^3 \cdot 5$** wird **Fs** genannt, das ist **F** plus ein Halbton.

§. 30. Die Darstellungszahl **$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$** begründet daraufhin das dreizehnte Geschlecht, dessen Oktav daher folgende **9** Töne umfassen:

128:144:150:160:180:192:200:225:240:256.

Auf dieses Geschlecht scheinen die Musiker der Antike getroffen zu sein, als sie das chromatische Geschlecht erfanden, wenn freilich sie irgendeine Harmonie in diesem chromatischen Geschlecht wahrgenommen haben. Sie platzierten nämlich im Tetrachord dieses Geschlechts zuerst zwei Halbtöne und nach diesen eine kleine Terz, oder besser das Komplement zweier Halbtöne zur Quart. In unserem Geschlecht aber schließen sich zweimal zwei Halbtöne aneinander an, denen, wenn man einige Töne auslässt, kleine Terzen folgen.

Doch war aber das chromatische Geschlecht der Antike notwendigerweise völlig unvollkommen, und daher ist dieses dreizehnte Geschlecht für uns mit Recht das **korrigierte chromatische**.

§. 31. In der Antike gab es hauptsächlich drei Arten des chromatischen Geschlechts, die man in zwei Tetrachorde, den Tetrachord aber in drei Intervalle teilte, die sich in jenen drei Arten so verhielten:

<i>Chromaticum antiquum</i>	243:256; 67:76; 4864:5427.
<i>Chromaticum molle</i>	27:28; 14:15; 5:6.
<i>Chromaticum syntonum</i>	21:22; 11:12; 6:7.

Wie sehr diese Arten des chromatischen Geschlechts den Prinzipien der wahren Harmonie widerstreben, wird jeder leicht erkennen.

Dieses unser chromatisches Geschlecht hätten sie bei Beibehaltung der Teilung in Tetrachorde auf folgende Weise mit Auslassung der Töne **225** und **150** in Verwendung bringen können, indem sie in einer Oktav diese Töne aufgenommen hätten:

120:128:144:160 | 180:192:200:240,

bei denen freilich die Teilung des ersten Tetrachords die diatonisch-syntonische, des zweiten aber die natürliche chromatische ist.

§. 32. Das vierzehnte Geschlecht aber, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3 \cdot 5^3$ ist, wird in einer Oktav folgende Töne haben:

256:300:320:375:384:400:480:500:512.

Wir werden dieses Geschlecht das **korrigierte enharmonische** nennen, weil es sich dem enharmonischen Geschlecht der Antike in gewisser Weise anzunähern scheint. Die Musiker der Antike freilich haben folgende Teilungen des Tetrachords dieses Geschlechts überliefert:

<i>Enharmonicum antiquum</i>	125:128; 243:250; 64:81.
<i>Enharmonicum Ptolemaicum</i>	45:46; 23:24; 4:5.

von denen keine mit der Harmonie übereinstimmen können.

Die damaligen Musiker hätten aber an Stelle des enharmonischen Geschlechts mit einigem Wohlklang folgende Teilung der Oktav in Tetrachorde und folgende Teilung der Tetrachorde verwenden können:

240:250:256:320 | 375:384:400:480,

wo freilich der Ton **300** ausgelassen ist;
doch da dieser selbst fehlt, ist das Geschlecht als unvollkommen zu bewerten.

§. 33. Das fünfzehnte Geschlecht wird in der Darstellungszahl $2^m \cdot 5^4$ enthalten sein und in der Oktav folgende Töne besitzen:

512:625:640:800:1000:1024.

Dieses Geschlecht kann aber wegen zu harter Intervalle und wegen des Mangels an angenehmeren Konsonanzen, die durch die Drei bestimmt werden, keinen Nutzen haben.

Die Darstellungszahl $2^m \cdot 3^5$ aber wird das sechzehnte Geschlecht bestimmen, und in seiner Oktav werden diese Töne enthalten sein:

128:144:162:192:216:243:256.

Dieses Geschlecht enthält wegen des Mangels der aus der 5 entstehenden Konsonanzen nicht genug an Vielfalt.

Das siebzehnte Geschlecht aber, das durch die Darstellungszahl $2^m \cdot 3^4 \cdot 5$ ausgedrückt wird, scheint am wenigsten ungeeignet zu sein in den Gebrauch aufgenommen zu werden, denn jede beliebige seiner Oktaven wird die im Verhältnis aufsteigenden Töne

256:270:288:320:324:360:384:405:432:480:512

enthalten.

Gegen dieses Geschlecht kann also nichts anderes eingewendet werden, als dass allzu kleine für das Gehör kaum wahrnehmbare Intervalle, das Komma nämlich, in ihm auftreten.

§.34. Es würde also folgen, das achtzehnte Geschlecht darzulegen, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist; weil aber genau dieses diatonisch-chromatische Geschlecht bei allen Musikern in der heutigen Zeit in den Gebrauch aufgenommen wurde, ist es wert in einem eigenen Kapitel behandelt zu werden.

Damit außerdem die bisher erklärten Geschlechter vor Augen geführt würden, schien es günstig die folgende Tabelle anzufügen, in der sowohl die Darstellungszahlen jedes Geschlechts als auch die in jeder Oktav enthaltenen Töne und ebenso die Intervalle zwischen den benachbarten Tönen beschrieben sind. Ich setzte die eingebürgerten Namen der Töne hinzu, und bezeichnete die gemeinhin nicht bekannten Töne mit Sternen, die dem benachbarten Buchstaben angefügt sind.

Tabelle der Tongeschlechter

<i>Tonbezeichnung</i>	<i>Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>	
GENUS I. <i>exponens</i> 2^m				
F	1			
		1:2	Diapason oder Oktav.	
f	2			
GENUS II. <i>exponens</i> $2^m \cdot 3$				
F	2			
		2:3	Diapente oder Quint.	
c	3			
		3:4	Diatessaron oder Quart.	
f	4			
GENUS III. <i>exponens</i> $2^m \cdot 5$				
F	4			
		4:5	große Terz.	
A	5			
		5:8	kleine Sext.	
f	8			
GENUS IV. <i>exponens</i> $2^m \cdot 3^2$				
F	8			
		8:9	großer Tonus.	das älteste Tongeschlecht des Merkur
G	9			
		3:4	Quart.	
c	12			
		3:4	Quart.	
f	16			
GENUS V. <i>exponens</i> $2^m \cdot 3 \cdot 5$				
F	8			
		4:5	große Terz.	
A	10			
		5:6	kleine Terz.	
c	12			
		4:5	große Terz.	
e	15			
		15:16	großes Hemitonium	
f	16			

GENUS VI. *exponens* $2^m \cdot 5^2$

F	16		
A	20	4:5	große Terz.
cs	25	4:5	große Terz.
f	32	25:32	große Terz plus Diësis.

GENUS VII. *exponens* $2^m \cdot 3^3$

F	16		
G	18	8:9	großer Tonus.
c	24	3:4	Quart.
d	27	8:9	großer Tonus.
f	32	27:32	kleine Terz minus Komma.

GENUS VIII. *exponens* $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$

F	32		
G	36	8:9	großer Tonus.
A	40	9:10	kleiner Tonus.
H	45	8:9	großer Tonus.
c	48	15:16	großes Hemitonium.
e	60	4:5	große Terz.
f	64	15:16	großes Hemitonium.

GENUS IX. *exponens* $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$

F	64		
Gs	75	64:75	kleine Terz minus Diësis.
A	80	15:16	großes Hemitonium.
c	96	5:6	kleine Terz.
cs	100	24:25	kleines Hemitonium.
e	120	5:6	kleine Terz.
F	128	15:16	großes Hemitonium.

GENUS X. *exponens* $2^m \cdot 5^3$

F	64		
A	80	4:5	große Terz.
cs	100	4:5	große Terz.
f*	125	4:5	große Terz.
f	128	125:128	enharmonische Diësis.

GENUS XI. *exponens* $2^m \cdot 3^4$

F	64		
G	72	8:9	großer Tonus.
A*	81	8:9	großer Tonus.
c	96	3:4	Quart.
d	108	8:9	großer Tonus.
f	128	27:32	kleine Terz minus Koma.

GENUS XII. exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$

F	128	128:135	kleines Limma.	<i>korrigiertes diatonisches Geschlecht der Antike</i>
Fs	135	15:16	großes Hemitonium.	
G	144	9:10	kleiner Tonus.	
A	160	8:9	großer Tonus.	
H	180	15:16	großes Hemitonium.	
c	192	8:9	großer Tonus.	
d	216	8:9	großer Tonus.	
e	240	15:16	großes Hemitonium.	
f	256			

GENUS XIII. exponens $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$

F	128	8:9	großer Tonus.	<i>korrigiertes chromatisches Geschlecht der Antike</i>
G	144	24:25	kleines Hemitonium.	
Gs	150	15:16	großes Hemitonium.	
A	160	8:9	großer Tonus.	
H	180	15:16	großes Hemitonium.	
c	192	24:25	kleines Hemitonium.	
cs	200	8:9	großer Tonus.	
ds	225	15:16	großes Hemitonium.	
e	240	15:16	großes Hemitonium.	
f	256			

GENUS XIV. exponens $2^m \cdot 3 \cdot 5^3$

F	256		
Gs	300	64:75	kleine Terz minus Diësis.
A	320	15:16	großes Hemitonium.
H*	375	64:75	kleine Terz minus Diësis.
c	384	125:128	enharmonische Diësis. <i>korrigiertes enharmonisches Geschlecht</i>
cs	400	24:25	kleines Hemitonium. <i>der Antike</i>
e	480	5:6	kleine Terz.
f*	500	24:25	kleines Hemitonium.
f	512	125:128	enharmonische Diësis.

GENUS XV. exponens $2^m \cdot 5^4$

F	512		
A*	625	512:625	große Terz minus Diësis.
A	640	125:128	enharmonische Diësis.
cs	800	4:5	große Terz.
f*	1000	4:5	große Terz.
f	1024	125:128	enharmonische Diësis.

GENUS XVI. exponens $2^m \cdot 3^5$

F	128		
G	144	8:9	großer Tonus.
A*	162	8:9	großer Tonus.
c	192	27:32	kleine Terz minus Komma.
d	216	8:9	großer Tonus.
e*	1000	8:9	großer Tonus.
f	1024	125:128	enharmonische Diësis.

GENUS XVII. *exponens* $2^m \cdot 3^4 \cdot 5$

F	256		
		128:135	kleines Limma.
Fs	270		
		15:16	großes Hemitonium.
G	288		
		9:10	kleiner Tonus.
A	320		
		80:81	Komma.
A*	324		
		9:10	kleiner Tonus.
H	360		
		15:16	großes Hemitonium.
c	384		
		128:135	kleines Limma.
cs*	405		
		15:16	großes Hemitonium.
d	432		
		9:10	großer Tonus.
e	480		
		15:16	großes Hemitonium.
f	512		

Diatonisch-chromatisches Geschlecht

§. 1. Dass wir das achtzehnte Geschlecht das diatonisch-chromatische nennen, ist in seiner Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ begründet, weil diese das kleinste gemeinsame Vielfache der *exponentes* des diatonischen ($2^m \cdot 3^3 \cdot 5$) und des chromatischen ($2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$) ist und daher diese beiden Geschlechter verbunden beschreibt.

Daraus kann man sogleich vermuten, dass dieses unser Geschlecht mit dem heute von den Musikern angenommenen zusammen passen wird, wenn nämlich auch die Musiker dieses Geschlecht aus dem chromatischen und diatonischen der Antike zusammengesetzt haben.

§. 2. Zuerst werden wir also die Töne untersuchen, die in jeder Oktav unseres Geschlechts enthalten sein müssen. Deswegen wollen wir von der Zahl $3^3 \cdot 5^2$ alle Teiler nehmen, die die folgenden sind:

$$1, 3, 5, 3^2, 3 \cdot 5, 5^2, 3^3, 3^2 \cdot 5, 3 \cdot 5^2, 3^3 \cdot 5, 3^2 \cdot 5^2, 3^3 \cdot 5^2,$$

oder in natürlichen Zahlen: **1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225, 675.**

Weil die größte von ihnen **675** ist, müssen die übrigen mit solchen Potenzen der Zwei multipliziert werden, dass alle innerhalb des Verhältnisses **1:2** enthalten sind, das heißt im Intervall einer Oktav.

Diese Zahlen werden also, verteilt nach der Ordnung ihrer Größe, folgende Töne einer Oktav ergeben:

$$\mathbf{512:540:576:600:640:675:720:768:800:864:900:960:1024.}$$

§. 3. In einer Oktav dieses unseren Geschlechts sind **12** Töne enthalten, und diese Zahl stimmt mit der Zahl der Töne des überlieferten diatonisch-chromatischen Geschlechts überein; ob aber durchaus dieselben Töne in beiden Geschlechtern sind, werden die Intervalle zeigen.

In unserem Geschlecht freilich schreiten die Intervalle zwischen allen benachbarten Tönen in folgender Ordnung fort:

512		720	
	kleines Limma		großes Hemitonium
540		768	
	großes Hemitonium		kleines Hemitonium
576		800	
	kleines Hemitonium		großes Limma
600		864	
	großes Hemitonium		kleine Hemitonium
640		900	
	kleines Limma		großes Hemitonium
675		960	
	großes Hemitonium		großes Hemitonium
720		1024	

Wir wollen sehen, auf welche Weise diese Intervalle mit der gebräuchlichen Teilung der Oktav übereinstimmen.

§. 4. Obwohl die Musiker aber immer noch über die Teilung der Oktav nicht einer Meinung sind und obwohl dafür deshalb mehrere verschiedene Arten angewandt werden, habe ich dennoch in den Schriften der Musiker eine bevorzugt herangezogen, die mir am geeignetsten scheint.

In dieser aber schreiten die Intervalle beginnend mit dem als **F** bezeichneten Ton so fort:

F		H	
	kleines Limma		großes Hemitonium
Fs		c	
	großes Hemitonium		kleines Hemitonium
G		cs	
	kleines Hemitonium		großes Limma
Gs		d	
	großes Hemitonium		kleines Hemitonium
A		ds	
	großes Limma		großes Hemitonium
B		e	
	kleines Hemitonium		großes Hemitonium
H		f	

Diese Intervalle sind dem Buch von *Mattheson* mit dem Titel *Die General-Baß Schul* entnommen.

§. 5. Diese Vorgangsweise die Oktav zu teilen scheint ziemlich neu zu sein, weil die Musiker vor vielen Jahren eine andere verwendet haben. Da sie aber zur beschriebenen Art übergegangen sind, kann man nicht daran zweifeln, dass sie durch Erfahrung abgeleitet haben dass diese Art geeigneter ist Harmonie herzustellen.

Weil also diese eingebürgerte Art vom wahren harmonischen Geschlecht so wenig abweicht – sie haben nämlich nur zwei abweichende Intervalle und den einzigen verschieden Ton **B** – wird die Wahrheit unserer Prinzipien, die sich freilich schon hinreichend erwiesen hat, durch jene so deutliche Übereinstimmung unserer Theorie mit langer Erfahrung wunderbar bestätigt.

§. 6. Die eingebürgerte Art der Oktavteilung ist also bereits allein durch Erfahrung zu so großer Vollendung gelangt, dass für die völlige Perfektionierung keine andere Korrektur nötig ist als dass der einzige mit dem Buchstaben **B** bezeichnete Ton lediglich um eine Diësis tiefer erzeugt werden muss, welche die Differenz zwischen dem großen und dem kleinen Limma ist.

Wenn man aber diese Korrektur vornimmt, erhält man ein Geschlecht das ganz vollendet ist und perfekt geeignet Harmonie zu erzeugen.

Denn was die Anzahl der Töne anbelangt: Genau so viele Töne wird dieses Geschlecht enthalten wie die Harmonie erfordert und nicht mehr und nicht weniger.

Und außerdem werden die Töne untereinander genau diese Beziehung besitzen, die aus den Gesetzen der Harmonie abgeleitet ist.

§. 7. Die Töne also und ihre Intervalle des heute für den Gebrauch eingebürgerten, aber von der Theorie korrigierten diatonisch-chromatischen Geschlechts werden sich so verhalten wie die folgende Tabelle darstellt.

Diese Tabelle ist jedoch in gewohnter Weise der Musiker ausgeführt, indem sie vom Ton **C** beginnt und zu **c** aufsteigt.

Die Töne haben wir aber auf doppelte Art und Weise durch Zahlen ausgedrückt, einerseits durch aufgelöste, andererseits durch in Faktoren zerlegte, damit man einfacher über ihre gegenseitige Beziehung und die Intervalle urteilen kann.

GENUS XVIII. exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$

<i>Ton- bezeichnung</i>	<i>Töne</i>		<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C	$2^7 \cdot 3$	384		
Cs	$2^4 \cdot 5^2$	400	24:25	kleines Hemitonium.
D	$2^4 \cdot 3^3$	432	25:27	großes Limma.
Ds	$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	450	24:25	kleines Hemitonium.
E	$2^5 \cdot 3 \cdot 5$	480	15:16	großes Hemitonium.
F	2^9	512	15:16	großes Hemitonium.
Fs	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	540	128:135	kleines Limma.
G	$2^6 \cdot 3^2$	576	15:16	großes Hemitonium.
Gs	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	600	24:25	kleines Hemitonium.
A	$2^7 \cdot 5$	640	15:16	großes Hemitonium.
B	$3^3 \cdot 5^2$	675	128:135	kleines Limma.
H	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	720	15:16	großes Hemitonium.
C	$2^8 \cdot 3$	768	15:16	großes Hemitonium.

Und diese Tabelle ist die Fortsetzung der dem vorigen Kapitel angefügten Tabelle der Tongeschlechter.

§. 8. Aus dieser Tabelle also erkennt man sogleich welche Beziehung jeder Ton zu jedem beliebigen anderen besitzt.

Damit diese Verhältnisse genauer vor Augen geführt werden, schien es uns passend die folgende Tabelle anzufügen, in der alle einfachen Intervalle der einzelnen Töne zu allen anderen enthalten sind.

<i>Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C:Cs	24:25	kleines Hemitonium.
C:D	8:9	großer Tonus.
C:Ds	64:75	kleine Terz minus Diësis.
C:E	4:5	große Terz.
C:F	3:4	Quart.
C:F_s	32:45	Tritonus.
C:G	2:3	Quint.
C:Gs	16:25	kleine Sext minus Diësis.
C:A	3:5	große Sext.
C:B	128:225	kleine Septim.
C:H	8:15	große Septim.
C:c	1:2	Oktav.
Cs:D	25:27	Großes Limma.
Cs:Ds	8:9	großer Tonus.
Cs:E	5:6	kleine Terz.
Cs:F	25:32	große Terz plus Diësis.
Cs:F_s	20:27	Quart plus Komma.
Cs:G	25:36	Tritonus.
Cs:G_s	2:3	Quint.
Cs:A	5:8	kleine Sext.
Cs:B	16:27	große Sext plus Komma.
Cs:H	5:9	kleine Septim.
Cs:c	25:48	große Septim.
Cs:cs	1:2	Oktav.
D:Ds	24:25	kleines Hemitonium.
D:E	9:10	kleiner Tonus.
D:F	27:32	kleine Terz minus Komma.
D:F_s	4:5	große Terz.
D:G	3:4	Quart.
D:G_s	18:25	Tritonus.
D:A	27:40	Quint minus Komma.
D:B	16:25	kleine Sext minus Diësis.
D:H	3:5	große Sext.
D:c	9:16	kleine Septim.
D:cis	27:50	große Septim.
D:d	1:2	Oktav.

<i>Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
Ds:E	15:16	großes Hemitonium.
Ds:F	225:256	großer Tonus plus Diaschisma.
Ds:F_s	5:6	kleine Terz.
Ds:G	25:32	große Terz plus Diësis.
Ds:G_s	3:4	Quart.
Ds:A	45:64	Tritonus.
Ds:B	2:3	Quint.
Ds:H	5:8	kleine Sext.
Ds:c	75:128	große Sext plus Diësis.
Ds:c_s	9:16	kleine Septim.
Ds:d	25:48	große Septim.
Ds:d_s	1:2	Oktav
E:F	15:16	großes Hemitonium.
E:F_s	8:9	großer Tonus.
E:G	5:6	kleine Terz.
E:G_s	4:5	große Terz.
E:A	3:4	Quart.
E:B	32:45	Tritonus.
E:H	2:3	Quint.
E:c	5:8	kleine Sext.
E:c_s	3:5	große Sext.
E:d	5:9	kleine Septim.
E:d_s	8:15	große Septim.
E:e	1:2	Oktav.
F:F_s	128:135	kleines Limma.
F:G	8:9	großer Tonus.
F:G_s	64:75	kleine Terz minus Diësis.
F:A	4:5	große Terz.
F:B	512:675	Quart minus Diaschisma.
F:H	32:45	Tritonus.
F:c	2:3	Quint.
F:c_s	16:25	kleine Sext minus Diësis.
F:d	16:27	große Sext plus Komma.
F:d_s	128:225	kleine Septim.
F:e	8:15	große Septim.
F:f	1:2	Oktav.

<i>Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
Fs:G	15:16	Großes Hemitonium.
Fs:Gs	9:10	kleiner Tonus.
Fs:A	27:32	kleine Terz minus Komma.
Fs:B	4:5	große Terz.
Fs:H	3:4	Quart.
Fs:c	45:64	Tritonus.
Fs:cs	27:40	Quint minus Komma.
Fs:d	5:8	kleine Sext.
Fs:ds	3:5	große Sext.
Fs:e	9:16	kleine Septim.
Fs:f	135:256	große Septim.
Fs:fs	1:2	Oktav.
G:Gs	24:25	kleines Hemitonium.
G:A	9:10	kleiner Tonus.
G:B	64:75	kleine Terz minus Diësis.
G:H	4:5	große Terz.
G:c	3:4	Quart.
G:cs	18:25	Tritonus.
G:d	2:3	Quint minus Komma.
G:ds	16:25	kleine Sext minus Diësis.
G:e	3:5	große Sext.
G:f	9:16	kleine Septim.
G:fs	8:15	große Septim.
G:g	1:2	Oktav
Gs:A	15:16	großes Hemitonium.
Gs:B	8:9	großer Tonus.
Gs:H	5:6	kleine Terz .
Gs:c	25:32	große Terz plus Diësis.
Gs:cs	3:4	Quart.
Gs:d	25:36	Tritonus.
Gs:ds	2:3	Quint.
Gs:e	5:8	kleine Sext.
Gs:f	75:128	große Sext plus Diësis.
Gs:fs	5:9	kleine Septim.
Gs:g	25:48	große Septim.
Gs:gs	1:2	Oktav.

<i>Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
A:B	128:135	kleines Limma..
A:H	8:9	großer Tonus.
A:c	5:6	kleine Terz.
A:cs	4:5	große Terz.
A:d	20:27	Quart plus Komma.
A:ds	32:45	Tritonus.
A:e	2:3	Quint.
A:f	5:8	kleine Sext.
A:fs	16:27	große Sext plus Komma.
A:g	5:9	kleine Septim.
A:gs	8:15	große Septim.
A:a	1:2	Oktav.
B:H	15:16	großes Hemitonium.
B:c	225:256	großer Tonus plus Diaschisma.
B:cs	27:32	kleine Terz minus Komma.
B:d	25:32	große Terz plus Komma.
B:ds	3:4	Quart.
B:e	45:64	Tritonus.
B:f	625:1024	Quint plus Diaschisma.
B:fs	5:8	kleine Sext.
B:g	75:128	große Sext plus Diësis.
B:gs	9:16	kleine Septim.
B:a	135:156	große Septim.
B:b	1:2	Oktav.
H:c	15:16	großes Hemitonium.
H:cs	9:10	kleiner Ganzton.
H:d	5:6	kleine Terz.
H:ds	4:5	große Terz.
H:e	3:4	Quart.
H:f	45:64	Tritonus.
H:fs	2:3	Quint.
H:g	5:8	kleine Sext.
H:gs	3:5	große Sext plus Diësis.
H:a	9:16	kleine Septim.
H:b	8:15	große Septim.
H:h	1:2	Oktav.

Alle Intervalle in diesem Geschlecht sind also entweder genau jene Konsonanzen, denen diese Bezeichnungen gegeben wurden, oder weichen nur durch minimale Intervalle, die für stumpfere Ohren nicht wahrnehmbar sind, von ihnen ab. Weil dieses auch von Musikern besonders angestrebt wird, dass sich kein Intervall vom bezeichneten um mehr als ein minimales Intervall unterscheidet – d.h. entweder um ein Komma oder eine Diësis oder ein Diaschisma – können praktizierende Musiker nicht leugnen, dass unsere Korrektur zu Recht gemacht wurde.

Denn würde der Ton **B**, wie es Musiker wollen, um eine Diësis höher zugelassen, dann wäre das Intervall **Cs:B** eine große Sext plus Komma und plus Diësis. Diese zwei Intervalle ergeben – obwohl sehr klein – zusammen ein kleines Hemitonium, so dass in diesem gebräuchlichen Geschlecht das Intervall **Cs:B** eher für eine kleine Septim als für eine große Sext gehalten würde.

Auf ähnliche Weise wäre **B:cs** eine kleine Terz minus Komma und Diësis und daher einem Ganzton ähnlicher als einer Terz.

§. 9. Aus der vorigen Tabelle aber haben wir die folgende gebildet, in der man gleiche Intervalle gemeinsam der Reihe nach angeordnet sehen kann.

Kleine Sekunden

24:25	kleines Hemitonium	128:135	kleines Limma	15:16	großes Hemitonium	25:27	großes Limma
C:Cs D:Ds G:Gs		F:Fs A:B		Ds:E E:F Fs:G Gs:A B:H H:c		Cs:D	

Große Sekunden

9:10	kleiner Tonus	8:9	großer Tonus	225:256	großer Tonus plus Diaschisma
D:E Fs:Gs G:A H:cs		C:D Cs:Ds E:Fs F:G Gs:B A:H		Ds:F B:c	

Kleine Terzen

64:75	Kleine Terz minus Diësis	27:32	Kleine Terz minus Komma	5:6	Perfekte kleine Terz
C:Ds F:Gs G:B		D:F Fs:A B:cs		Cs:E Ds:Fs E:G Gs:H A:c H:d	

Große Terzen

4:5	perfekte große Terz	25:32	große Terz plus Diësis
C:E D:F_s E:G_s F:A F_s:B G:H A:C_s H:ds		C_s:F D_s:G G_s:c B:d	

Quarten

512:675	Quart minus Diaschisma	3:4	perfekte Quart	20:27	Quart plus Komma
F:B		C:F D:G D_s:G_s E:A F_s:H G:c G_s:cs B:ds H:e		C_s:F_s A:d	

Tritoni

18:25	Quart plus kleines Hemitonium	32:45	Quint minus großes Hemitonium	45:64	Quart plus großes Hemitonium	25:36	Quint minus kleines Hemitonium
D:G_s G:cs		C:F_s E:B F:H A:ds		D_s:A F_s:c B:e H:f		C_s:G G_s:d	

Quinten

27:40	Quint minus Komma	2:3	perfekte Quint	675:1024	Quint plus Diaschisma
D:A F_s:cs		C:G C_s:G_s D_s:B E:H F:c G:d G_s:ds A:e H:F_s		B:f	

Kleine Sexten

16:25	kleine Sext minus Diësis	5:8	perfekte kleine Sext
C:Gs D:B F:cs G:ds		Cs:A Ds:H E:c Fs:d Gs:e A:f B:fs H:g	

Große Sexten

3:5	perfekte große Sext	16:27	große Sext plus Komma	75:128	große Sext plus Diësis
C:A D:H E:cs Fs:ds G:e H:gs		Cs:B F:d A:fs		Ds:c Gs:f B:g	

Kleine Septimen

128:225	große Sext plus kleines Limma	9:16	Oktav minus großer Tonus	5:9	Oktav minus kleiner Tonus
C:B F:ds		D:c Ds:cs Fs:e G:f B:gs H:a		Cs:H E:d Gs:fs A:g	

Große Septimen

27:50	Oktav minus großes Limma	8:15	Oktav minus großes Hemitonium	135:256	Oktav minus kleines Limma	25:48	Oktav minus kleines Hemitonium
D:cs		C:H E:ds F:e G:fs A:gs H:b		Fs:f B:a		Cs:c Ds:d Gs:g	

§. 10. Aus dieser Tabelle erkennt man also alle Intervalle, die zwei Töne innerhalb einer Oktav untereinander besitzen. Gleichzeitig erkennt man aber den ungeheuren Unterschied zwischen Intervallen desselben Namens die von Unkundigern gewöhnlich für gleich gehalten werden.

Von den Halbtönen gibt es nämlich vier Arten, drei von den Ganztönen, ebenso viele von den kleinen Terzen usw., wie man aus der Tabelle erkennen kann.

Von den Oktaven existiert aber eine einzige Art, und sie ist im vollkommenen Verhältnis **1:2** enthalten; dieses Intervall könnte nämlich aufgrund seiner Vollkommenheit kaum eine Abweichung vom Verhältnis **1:2** dulden ohne dass das Gehör sofort mit ungeheurem Verdruss erfüllt würde.

Denn je vollkommener und einfacher wahrzunehmen ein Intervall ist, desto spürbarer wird ein noch so kleiner Fehler sein; weniger aber wird eine winzige Abweichung in weniger vollkommenen Intervallen gespürt.

§. 11. Musikinstrumente werden aber für dieses diatonisch-chromatische Geschlecht mit Hilfe eines Monochords leicht temperiert werden können, wenn man das Monochord freilich in denselben Verhältnissen unterteilt, welche die Töne untereinander besitzen müssen; die Vorschriften dieses Vorgehens haben wir im ersten Kapitel erklärt.

Wer aber allein mit dem Gehör Musikinstrumente zu diesem Modus temperieren will, der muss mit folgenden drei Eigenschaften versehen sein, dass er erstens das Intervall Oktav erkennen und nur mit dem Gehör herstellen kann; zweitens auch die Quint, die im Verhältnis **2:3** enthalten ist; und drittens schließlich, dass er die große Terz durch Spannen und Entspannen von Saiten genau herstellen kann.

§. 12. Wer also sich so großer Kunstfertigkeit des Gehörs erfreut, der soll in folgender Reihenfolge die Temperierung des Musikinstruments angehen.

Erstens fixiere er den Ton **F**, je nachdem wie es die Umstände erfordern, und daraus wird er alle Töne erhalten, die mit demselben Buchstaben bezeichnet sind.

Darauf bilde er dessen Quint **c** und die große Terz **A**, und er wird nach Finden des ersten alle übrigen Töne erhalten, die mit denselben Buchstaben bezeichnet sind.

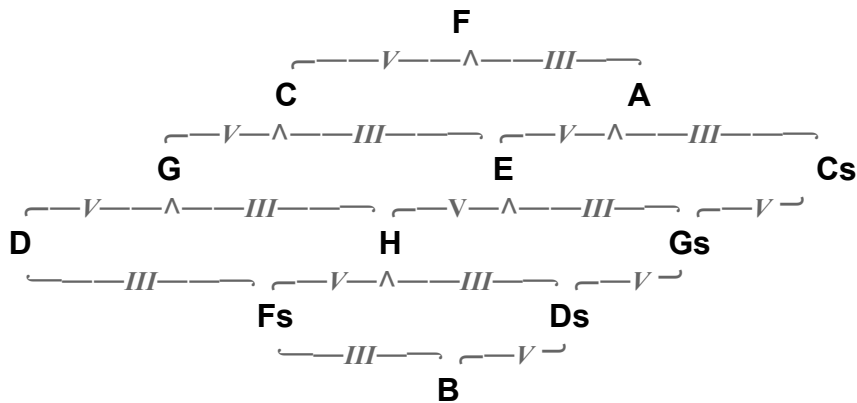
Drittens bilde er vom Ton **C** seine Quint **G** und die große Terz **E**, welcher Ton **E** (**e**) gleichzeitig die Quint des Tons **A** sein wird, und von **A** bilde er auch die große Terz **Cs**.

Viertens bilde er vom Ton **G** die Quint **d** und ebenso die große Terz **H**; von **E** aber auch die große Terz **Gs**, welcher Ton auch die Quint von **Cs** sein wird.

Fünftens mache er von **H** die Quint **fs** und die große Terz **ds**, oder er kann **ds** auch von **Gs** bilden.

Schließlich wird die Quint von eben **Ds** den Ton **B** ergeben, und wenn das geschehen ist wird das gesamte Instrument durch Nehmen der Oktaven auf rechte Weise zu temperieren sein.

§. 13. Dieser gesamte Vorgang der Temperierung wird aus der hier angefügten Figur deutlicher erkannt werden.



Weil also die Töne **E, H, Gs, Fs, Ds** und **B** auf zweifache Weise bestimmt werden, sowohl durch Quinten als auch durch große Terzen, wird man daraus eine nicht zu unterschätzende Hilfe beim Temperieren des Instruments erhalten, da ein Fehler, der vielleicht begangen wurde, sogleich wahrgenommen und korrigiert werden kann.

§. 14. Obwohl sich aber die heutige Musik zu diesem vollendeten Geschlecht allein durch Erfahrung erstreckt hat, woraus die Vortrefflichkeit dieser Musik mehr als genug erkannt wird, ist es dennoch auch dem Glück zuzuschreiben, dass (die Musiker) dahin gelangt sind.

Während sie nämlich erkannten, dass im diatonischen Geschlecht sowohl Ganztöne als auch Halbtöne enthalten sind, glaubten sie ein vollendeteres Geschlecht zu konstruieren, wenn sie die einzelnen Ganztöne in zwei Teile zerschnitten und zwischen alle Intervalle mit Ganztonabstand neue Töne dazwischenstellten, wodurch sie alle benachbarten Töne im Abstand eines Hemitoniums wenigstens im weiteren Sinn erhielten.

§. 15. Und in dieser Unternehmung schadeten sie nicht nur dem Gedanken, sondern auch der Harmonie, indem sie sich entschieden solche Töne dazwischen zu stellen die nicht ganz auf der Harmonie gegründet sind doch auch ein genügend taugliches Tongeschlecht bestimmen.

Diese gleichsam glückliche Erfindung müssen sie aber eher dem Zufall verdanken als der Kenntnis der wahren Harmonie:

Denn durch Zufall geschah es, dass das natürliche diatonisch-chromatische Geschlecht so aufgebaut ist, dass in ihm sowohl **12** Töne enthalten sind als auch dass alle benachbarten um einen Halbton voneinander entfernt sind.

§. 16. Das aber leuchtet umso mehr daraus ein, dass mehrere Musiker glaubten, die wahre Musik bestehe eher in der Gleichheit der Intervalle als in deren Einfachheit.

Sie zögerten deshalb nicht – mehr um sich zufrieden zu stellen als die Harmonie – das Intervall Diapason in zwölf gleiche Teile zu zerschneiden und nach dieser Teilung die **12** gewohnten Töne zu begründen. In diesem Vorhaben aber wurden sie umso mehr bestärkt, als nach diesen Regeln alle Intervalle gleichmäßig werden und man deswegen jedes beliebige Musikstück ohne irgendeine Veränderung in allen sogenannten Modi spielen und aus dem eigenen Modus in jeden anderen transponieren kann.

In dieser Meinung werden sie jedenfalls kaum getäuscht; aber dass nach diesen Regeln aus jedem Modus die Harmonie weggenommen wird, haben sie nicht erkannt.

§. 17. Damit das deutlicher offensichtlich wird, werden wir die einzelnen Töne sowohl unseres diatonisch-chromatischen als auch dieses gleichstufigen Geschlechts mit Logarithmen darstellen. Damit sogleich über den Unterschied der Intervalle geurteilt werden kann, wollen wir den Logarithmus des Tones **F** mit = 0 annehmen.

<i>Töne</i>	<i>natürliches Geschlecht</i>	<i>gleichstufiges Geschlecht</i>	<i>Differenzen</i>
F	0,000000	0,000000	0,000000
Fs	0,076816	0,083333	+0,006518
G	0,169925	0,166667	–0,003258
Gs	0,228819	0,250000	+0,021181
A	0,321928	0,333333	+0,011405
B	0,398743	0,416667	+0,017923
H	0,491853	0,500000	+0,008147
c	0,584962	0,583333	–0,001629
cs	0,643856	0,666667	+0,022810
d	0,754888	0,750000	–0,004888
ds	0,813781	0,833333	+0,019552
e	0,906891	0,916667	+0,009776
f	1,000000	1,000000	0,000000

Es ist also offensichtlich, dass zwischen denselben Tönen beider Geschlechter eine Differenz größer als ein Komma besteht, wodurch die Harmonie nicht wenig gestört wird.

Die Quinten freilich und die Quarten unterscheiden sich wenig von den natürlichen, kaum verwunderlich um den zehnten Teil eines Diaschismas, aber die großen und kleinen Terzen, aus denen nicht weniger als aus den Quinten und Quarten die Harmonie besteht, weichen viel mehr ab.

Schließlich ist wegen des Fehlens irgendeines rationalen Verhältnisses außer bei den Oktaven dieses Geschlecht als der Harmonie äußerst widersprechend zu bewerten, auch wenn stumpfere Ohren den Widerspruch kaum wahrnehmen.

§. 18. Andere aber zögerten nicht, die Töne des diatonischen Geschlechts zu behalten und die übrigen chromatisch genannten nach ihrem Gutdünken und ohne Rücksicht auf die Harmonie zu definieren.

Ein derartiges Tongeschlecht entstand vor nicht so langer Zeit in England; in diesem wird sowohl der große als auch der kleine Tonus in zwei ungefähr gleiche Teile geschnitten, von denen aber der untere größer als der obere ist, beide aber werden durch einen überteiligen Bruch definiert.

In diesem Punkt scheint der Urheber Pythagoras gefolgt zu sein, der urteilte dass nur überteilige Verhältnisse in der Musik zugelassen werden dürften um Harmonie zu bewirken: so setzte er zwischen die einen großen Tonus voneinander entfernten Töne einen Ton, der zum tieferen das Verhältnis **17:16**, zum höheren aber das Verhältnis **17:18** besitzt.

Wie wenig diese Teilung freilich der Harmonie entsprechend ist, steht nach dem Erklärten hinreichend fest.

§. 19. Es wurde also dargelegt, dass das achtzehnte, das „diatonisch-chromatisch“ genannte Geschlecht in der heutigen Zeit freilich so in den Gebrauch aufgenommen wurde, dass überhaupt alle Modulationen in ihm gemacht zu werden pflegen.

Dieses Geschlecht hat aber vor den anderen die ausgezeichnete Eigenschaft, dass alle in ihm befindlichen Intervalle für die Wahrnehmung ungefähr gleich bestehen; von daher können beliebige Melodien bequem entweder um einen Halbton oder einen Ganzton oder ein beliebiges Intervall tiefer oder höher gesungen werden. Das könnte in einem anderen Geschlecht nicht geschehen, in dem eine größere Ungleichheit der Intervalle besteht.

Bevor wir aber allgemeine Regeln des Komponierens zu diesem Geschlecht anpassen, werden wir andere Geschlechter betrachten, die diesem, das wir gerade bearbeitet haben, in der Ordnung folgen.

Weitere komplexere Tongeschlechter

§. 1. Nachdem die vorigen achtzehn Geschlechter dargelegt wurden, in denen sowohl die alte als auch die heutige Musik enthalten ist, wird es nicht unpassend sein einige komplexere Geschlechter auszuführen, die entweder zu den schon behandelten eine enge Beziehung besitzen oder nicht unbequem zur weiteren Vollendung der Musik in den Gebrauch aufgenommen werden könnten. Wir werden also beim Besprechen der folgenden Geschlechter nicht so in der Reihenfolge fortfahren wie wir begonnen haben und alles ins Zentrum rücken – das wäre eine unendliche Mühe ohne Nutzen – sondern wir werden nur das erklären, was für die Abhandlung geeignet scheint.

§. 2. Also werden wir das Geschlecht betrachten dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ ist, das mit Recht das „chromatisch-enharmonische“ genannt werden kann, weil dieser *exponens* aus den Darstellungszahlen des chromatischen und des enharmonischen Geschlechts zusammengesetzt und von diesen Darstellungszahlen das kleinste gemeinsame Vielfache ist. In einer Oktav dieses Geschlechts werden drei mal vier, d.h. zwölf Töne enthalten sein, gleich wie im diatonisch-chromatischen Geschlecht, die aus ebenso vielen Teilern von $3^2 \cdot 5^3$ entstehen, und es werden die folgenden sein:

$$2^{10}: 3^2 \cdot 5^3: 2^7 \cdot 3^2: 2^4 \cdot 3 \cdot 5: 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2: 2^8 \cdot 5: 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5: 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3: 2^9 \cdot 3: 2^6 \cdot 5^2: 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5: 2^4 \cdot 5^3: 2^{11}.$$

$$1024:1125:1152:1200:1280:1440:1500:1536:1600:1800:1920:2000:2048.$$

§. 3. Wie die Töne aber dieses chromatisch-enharmonischen Geschlechts fortschreiten und welche Intervalle sie untereinander besitzen, wird aus der folgenden Tabelle offenkundig:

generis exponens $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$

<i>Ton- bezeichnungen</i>	<i>Töne</i>		<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C	$2^8 \cdot 3$	768		
Cs	$2^6 \cdot 5^2$	800	24:25	kleines Hemitonium.
Ds	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	900	8:9	großer Tonus.
E	$2^6 \cdot 3 \cdot 5$	960	15:16	großes Hemitonium.
F*	$2^3 \cdot 5^3$	1000	24:25	kleines Hemitonium.
F	2^{10}	1024	125:128	enharmonische Diësis.
G*	$3^2 \cdot 5^3$	1125	1024:1125	großer Tonus minus Diësis.
G	$2^6 \cdot 3^2$	1152	125:128	enharmonische Diësis.
Gs	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	1200	24:25	kleines Hemitonium.
A	$2^7 \cdot 5$	1280	15:16	großes Hemitonium.
H	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	1440	8:9	großer Tonus.
C*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$	1500	24:25	kleines Hemitonium.
C	$2^9 \cdot 3$	1535	125:128	enharmonische Diësis.

§. 4. In diesem Geschlecht sind also die Intervalle zwischen den benachbarten Tönen höchst ungleich, nämlich große Toni, Hemitonia und Diëses; so dass eine in diesem Geschlecht komponierte Melodie auf keinen anderen Ton transponiert werden könnte.

Von da leuchtet umso mehr das Vorrecht des im vorigen Kapitel dargelegten diatonisch-chromatischen Geschlechts ein, in dem die Intervalle alle für die Wahrnehmung ungefähr gleich sind.

Und gleichzeitig versteht man, dass diese Gleichheit zufällig entstanden ist und dass sie nicht absolut notwendig ist um Harmonie zu erzeugen, so wie das freilich mehreren scheint.

§. 5. Enthalten sind aber in diesem Geschlecht drei Töne, die man im angenommenen diatonisch-chromatischen Geschlecht nicht findet, und diese habe

ich mit den mit Stern versehenen Buchstaben **F***, **G***, **c*** bezeichnet, weil sie den Tönen, die im gewohnten Geschlecht mit diesen Buchstaben bezeichnet sind, am nächsten kommen: sie weichen von diesen nämlich nur um eine Diësis ab. Weil eine so kleine Differenz von den Ohren kaum wahrgenommen werden kann, werden deswegen auf in gewohnter Weise zum diatonisch-chromatischen Geschlecht temperierten Instrumenten nicht unpassend auch zum Geschlecht $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ gehörige Musikstücke wiedergegeben werden können, indem man anstelle der Töne **F***, **G***, **c*** die gewohnten Töne **F**, **G**, **c** nimmt, wodurch sich ein für den Hörsinn fast nicht wahrnehmbarer Fehler ergibt.

§. 6. Das diatonisch-chromatische Geschlecht wird man sicherlich mit größerer Gefälligkeit für Musikstücke der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ anpassen können, als in Fällen wenn Musiker eine in vorgegebenen Tönen komponierte Melodie zu anderen Tönen transponieren, was oft vorkommt; dadurch geschieht es öfter, dass sie für ein Intervall das zuvor ein kleines Hemitonium war an seiner Stelle ein großes Hemitonium oder sogar ein großes Limma verwenden; und diese Differenz ist noch größer als eine Diësis.

Auch wenn man zum chromatisch-enharmonischen Geschlecht bereitete Instrumente zur Verfügung hätte, würden diese außerdem, wenn sie nicht ganz genau temperiert wären – was aber kaum bewerkstelligt werden könnte – keine größere Annehmlichkeit bringen als die gewohnten Instrumente.

§. 7. Weiter steht also das diatonisch-chromatische Geschlecht offen als seine Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ beschreibt, weil es auch nicht unbequem für Musikstücke herangezogen werden kann die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ enthalten sind, woraus der Vorzug des angenommenen Tongeschlechts sehr klar erkannt wird.

Seine Anwendung wird aber noch weiter zu komplexeren Geschlechtern ausgedehnt, die so beschaffen sind, dass die vom diatonisch-chromatischen Geschlecht abweichenden Töne den eigenen Tönen dieses Geschlechts sehr nahe kommen, und daher können letztere an der Stelle ersterer ohne Gefahr verwendet werden.

Welcher Art also diese Geschlechter sind, denen das diatonisch-chromatische Geschlecht genügen kann, werden wir hier ausführlicher darlegen.

§. 8. Die Darstellungszahlen aller drei alten Geschlechter sollen zu einem zusammenwachsen, so dass das „diatonisch-enharmonische“ Geschlecht hervorgeht dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^3$ sein wird, und in diesem Geschlecht werden gemeinsam das diatonische, das chromatische und das enharmonische enthalten sein, insofern sie freilich von uns korrigiert wurden.

Eine Oktav dieses Geschlechts wird also **16** Töne enthalten, zwölf Töne freilich des diatonisch-chromatischen Geschlechts und außer diesen **4** neue, die aber wenig von ersteren verschieden sind; sodass sie ohne spürbaren Verlust der Harmonie durchaus weggelassen werden können, gleich wie wir das über das vorhergehende Geschlecht angemerkt haben.

Die **16** Töne einer Oktav werden aber folgende sein:

<i>generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^3$</i>				
<i>Ton- bezeichnungen</i>	<i>Töne</i>		<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
C	$2^{10} \cdot 3$	3072		
Cs	$2^7 \cdot 5^2$	3200	24:25	kleines Hemitonium.
D*	$3^3 \cdot 5^3$	3375	128:135	kleines Limma.
D	$2^7 \cdot 3^3$	3456	125:128	Diësis .
Ds	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	3600	24:25	kleines Hemitonium.
E	$2^8 \cdot 3 \cdot 5$	3840	15:16	großes Hemitonium.
F*	$2^5 \cdot 5^3$	4000	24:25	kleines Hemitonium.
F	2^{12}	4096	125:128	Diësis.
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	4320	128:135	kleines Limma.
G*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	4500	24:25	kleines Hemitonium.
G	$2^9 \cdot 3^2$	4608	125:128	Diësis .
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	4800	24:25	kleines Hemitonium.
A	$2^{10} \cdot 5$	5120	15:16	großes Hemitonium.
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	5400	128:135	kleines Limma.
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	5760	15:16	großes Hemitonium.
C*	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^3$	6000	24:25	kleines Hemitonium.
C	$2^{11} \cdot 3$	6144	125:128	Diësis.

An Stelle der fremden Töne **D***, **F***, **G***, **c*** also, die sich nur um eine Diësis von den Haupttönen **D**, **F**, **G**, **c** unterscheiden, werden ohne große Gefahr letztere verwendet werden können.

§. 9. Wenn jemandem vielleicht diese Differenz, die Diësis nämlich, zu groß erscheinen mag um die Haupttöne an Stelle der fremden zu verwenden (weil die Diësis das größte Intervall unter den kleinsten ist), wird dieser ohne Zweifel zugeben, dass der Fehler um ein Komma nicht zu groß ist.

Höchstens um ein Komma aber unterscheiden sich die fremden von den Haupttönen in den Geschlechtern, deren Darstellungszahlen in $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ enthalten sind, mit einer Zahl **n** größer als die Drei.

Die Oktaven aber derartiger Geschlechter, wenn **n** kleiner als **8** ist, kann man in der beigefügten Tabelle sogleich betrachten.

generis exponens $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$

<i>Ton- namen</i>	<i>Töne</i>	<i>Logarithmen der Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
F	2^{15}	15,00000		
Fs	$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	15,07682	0,07682	kleines Limma.
Fs*	$2^4 \cdot 3^7$	15,09474	0,01792	Komma.
G*	$2 \cdot 3^6 \cdot 5^2$	15,15363	0,05889	kleines Hemitonium.
G	$2^{12} \cdot 3^2$	15,16993	0,01629	Diaschisma.
Gs	$2^9 \cdot 3 \cdot 5^2$	15,22882	0,05889	kleines Hemitonium.
Gs*	$2^5 \cdot 3^5 \cdot 5$	15,24674	0,01792	Komma.
A	$2^{13} \cdot 5$	15,32193	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma
A*	$2^9 \cdot 3^4$	15,33985	0,01792	Komma.
B	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	15,39874	0,05889	kleines Hemitonium.
B*	$2^2 \cdot 3^7 \cdot 5$	15,41667	0,01792	Komma.
H	$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5$	15,49185	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma.
H*	$2^6 \cdot 3^6$	15,50978	0,01792	Komma.
C*	$2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$	15,56867	0,05889	kleines Hemitonium.
C	$2^{14} \cdot 3$	15,58496	0,01629	Diaschisma.
Cs	$2^{11} \cdot 5^2$	15,64386	0,05889	kleines Hemitonium.
Cs*	$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5$	15,66178	0,01792	Komma.
D*	$3^7 \cdot 5^2$	15,73859	0,07682	kleines Limma.
D	$2^{11} \cdot 3^3$	15,75489	0,01629	Diaschisma.
Ds	$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	15,81378	0,05889	kleines Hemitonium.
Ds*	$2^4 \cdot 3^6 \cdot 5$	15,83170	0,01792	Komma.
E	$2^{12} \cdot 3 \cdot 5$	15,90689	0,07519	kleines Hemitonium plus Diaschisma.
E*	$2^8 \cdot 3^5$	15,92481	0,01792	Komma.
F*	$2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$	15,98371	0,05889	kleines Hemitonium.
F	2^{16}	16,00000	0,01629	Diaschisma.

In diesem Geschlecht kommen also zu den zwölf Tönen des diatonisch-chromatischen Geschlechts zwölf neue Töne hinzu, deren Differenzen zu ersteren aber entweder Kommata oder Diaschismata sind; und weil diese vom Gehör kaum unterschieden werden können, werden diese neuen Töne ohne Gefahr weggelassen und an ihrer Stelle die gewohnten verwendet werden können.

Das diatonisch-chromatische Geschlecht eröffnet also ebenso viele Möglichkeiten und ist gleich einzuschätzen wie das Geschlecht der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$.

§. 10. Also kann das diatonisch-chromatische Geschlecht, dessen Darstellungszahl natürlich $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, ausreichend kunstvoll herangezogen werden, um Musikstücke auszudrücken, deren Darstellungszahlen um vieles komplexer und in $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind. Denn auch wenn die Oktav für Werke dieser Art mit einer doppelt höheren Zahl an Tönen eingerichtet würde, so wie es die Darstellungszahl erfordert, könnte trotzdem wegen der so kleinen Differenz in der Harmonie kaum eine Veränderung bemerkt werden, ob jetzt das vollständige oder ob das unvollständige Geschlecht verwendet würde.

Auf ähnliche Weise kann man aber über die Sieben hinausgehen, so dass das heute für den Gebrauch aufgenommene Geschlecht für die allgemeine Darstellungszahl $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ dient, wie groß auch immer die Zahl n angenommen wird.

§. 11. Dass sich das aber so verhält und das diatonisch-chromatische Geschlecht so weite Möglichkeiten hat, bezeugen täglich die Kompositionen mehr als genügend. Man findet nämlich kaum irgendein heutiges Werk, dessen *exponens* komplexer wäre als die Darstellungszahl des Geschlechts $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Inzwischen müssen auch die Musiker selbst bekennen – auch wenn die übernommenen Töne nicht ausreichen wenn man die Sache mit höchster Strenge betrachtet – dass diese Töne wegen der minimalen Abweichung aber eher verwendet werden sollten, als dass sich die Musik durch Einführen neuer Töne für die Aufführung als zu schwierig erweisen würde.

§. 12. Weniger glücklich aber wird sich die Sache gestalten, wenn wir durch Vergrößern des *exponens* der **5** unser diatonisch-chromatisches Geschlecht erweitern wollen. Wenn wir nämlich die Potenz von **5** selbst vergrößern, werden zu den gewohnten Tönen solche neuen Töne hinzukommen, die sich meistens um mehr als ein Komma, nämlich um eine Diësis von den gewohnten unterscheiden. Dieser Fehler kann bemerkt werden, da die Diësis ungefähr die Mitte eines Halbtons darstellt.

Unterdessen haben wir dennoch, damit das besser durchblickt wird, eine Oktav des Geschlechts angefügt, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ ist:

generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$

<i>Ton- namen</i>	<i>Töne</i>	<i>Logarithmen der Töne</i>	<i>Intervalle</i>	<i>Namen der Intervalle</i>
F	2^{16}	16,00000		
Fs*	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$	16,04260	0,04260	kleines Hemitonium minus Diaschisma.
Fs	$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	16,07682	0,03422	Diësis .
G*	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	16,13571	0,05889	kleines Hemitonium.
G	$2^{13} \cdot 3^2$	16,16992	0,03422	Diësis.
Gs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^5$	16,19460	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Gs	$2^{10} \cdot 3 \cdot 5^2$	16,22882	0,03422	Diësis.
A*	$2^7 \cdot 5^4$	16,28771	0,05889	kleines Hemitonium.
A	$2^{14} \cdot 5$	16,32193	0,03422	Diësis.
B*	$3^3 \cdot 5^5$	16,36453	0,04260	kleines Hemitonium minus Diaschisma.
B	$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	16,39874	0,03422	Diësis.
H*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4$	16,45764	0,05889	kleines Hemitonium.
H	$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5$	16,49185	0,03422	Diësis.
C*	$2^8 \cdot 3 \cdot 5^3$	16,55075	0,05889	kleines Hemitonium.
C	$2^{15} \cdot 3$	16,58496	0,03422	Diësis.
Cs*	$2^5 \cdot 5^5$	16,60964	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Cs	$2^{12} \cdot 5^2$	16,64386	0,03422	Diësis.
D*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3$	16,72067	0,07681	kleines Limma.
D	$2^{12} \cdot 3^3$	16,75489	0,03422	Diësis.
Ds*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^5$	16,77957	0,02468	kleines Hemitonium minus Diësis.
Ds	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	16,81378	0,03422	Diësis.
E*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^4$	16,87267	0,05889	kleines Hemitonium.
E	$2^{13} \cdot 3 \cdot 5$	16,90689	0,03422	Diësis .
F*	$2^{10} \cdot 5^3$	16,96578	0,05889	kleines Hemitonium.
F	2^{17}	17,00000	0,03422	Diësis.

§. 13. In diesem Geschlecht sind also die neu hinzukommenden Töne mit den gewohnten abwechselnd angeordnet; und von ihnen ist jeder vom Hauptton eine Diësis entfernt; weil diese Differenz nicht unwarnehmbar ist, kann sie das Auslassen der fremden Töne kaum tolerieren.

Außerdem sind gewisse dieser Töne den vorhergehenden Haupttönen näher als den nachfolgenden von denen wir die Bezeichnungen entliehen haben; der Ton **Gs*** ist offenbar näher dem Ton **G** als dem Ton **Gs**, so dass es günstiger wäre an seiner Stelle den Ton **G** zu verwenden; das hätte aber eine ebenso große Schwierigkeit, weil der Ton **G** an Stelle des Tones **G*** verwendet werden muss; die beiden unterschiedlichen Töne **G*** und **Gs*** können nicht von demselben Ton ausgedrückt werden.

Besser würde es also für eine solche Musik passen, die Oktav in **24** Intervalle zu teilen, dieses Geschlecht würde auch diesen Vorzug besitzen, dass alle Intervalle untereinander ungefähr gleich wären.

§. 14. Wenn man aber nach dieser Überlegung die Anzahl der Töne verdoppelte, würde dieses neue Geschlecht der Musik größte Möglichkeiten eröffnen, nicht nur könnte es nämlich für die mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ beschriebenen Tongeschlechter verwendet werden, sondern auch für die mit den Darstellungszahlen $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^p$, wenn **p** eine Zahl größer als die Fünf bezeichnet. Es würde sogar für ein allgemeines Geschlecht $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$ ausreichen, was hinreichend feststeht, wenn **n** und **p** nicht sehr große Zahlen sind, überaus große Zahlen an der Stelle von **n** und **p** zu substituieren lässt jedoch die Harmonie selbst nicht zu.

§. 15. Eine größere Ausweitung des diatonisch-chromatischen Geschlechts, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, kann ohne Verletzung der Harmonie nicht zugelassen werden als für musikalische Werke die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind.

Obwohl nämlich die Drei mit demselben Recht eine höhere Potenz als sieben haben könnte, verbieten dennoch die Regeln der Harmonie selbst, solche Werke zu komponieren, deren Darstellungszahl komplexer wäre.

Daher wird es nicht günstig sein, den Gebrauch dieses übernommenen Geschlechts weiter auszudehnen als für musikalische Werke, die in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind; und auch die heutigen Musiker überschreiten für gewöhnlich nicht diese Grenze.

§. 16. Damit aber das eingebürgerte Geschlecht, dessen Darstellungszahl $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, der komplexeren Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ genügt, wird jedem beliebigen Ton – d.h. jeder Taste der Instrumente – ein zweifacher Ton zugeordnet, wie man aus der dem §. 9. beigefügten Tabelle dieses Geschlechts erkennt.

Die Tasten nämlich beispielsweise, die mit **H** bezeichnet sind, werden sowohl Töne darbieten, die mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$ als auch mit der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^6$ beschrieben sind.

Deswegen haben wir die folgende Tabelle angefügt, aus der man sogleich erkennt mit welcher Taste jeder beliebige in der Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthaltene Ton erzeugt werden muss, wenn man für den Hauptton **F** selbst 2^n nimmt, wobei n eine fixe beliebig angenommene Zahl ist.

<i>Tasten</i>	<i>Haupttöne</i>	<i>Nebentöne</i>	<i>Tasten</i>	<i>Haupttöne</i>	<i>Nebentöne</i>
C	$2^{n-2} \cdot 3$	$2^{n-13} \cdot 3^5 \cdot 5^2$	$\bar{c}$	$2^n \cdot 3$	$2^{n-11} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
Cs	$2^{n-3} \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5$	$\bar{cs}$	$2^{n-1} \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^4 \cdot 5$
D	$2^{n-5} \cdot 3^3$	$2^{n-16} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{d}$	$2^{n-3} \cdot 3^3$	$2^{n-14} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
Ds	$2^{n-8} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{ds}$	$2^{n-6} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^6 \cdot 5$
E	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^5$	$\bar{e}$	$2^{n-2} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^5$
F	2^n	$2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$	$\bar{f}$	2^{n+2}	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
Fs	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-11} \cdot 3^7$	$\bar{fs}$	$2^{n-5} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^7$
G	$2^{n-3} \cdot 3^2$	$2^{n-14} \cdot 3^6 \cdot 5^2$	$\bar{g}$	$2^{n-1} \cdot 3^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
Gs	$2^{n-6} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{gs}$	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^6 \cdot 5$
A	$2^{n-2} \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^4$	$\bar{a}$	$2^n \cdot 5$	$2^{n-4} \cdot 3^4$
B	$2^{n-9} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^7 \cdot 5$	$\bar{b}$	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^7 \cdot 5$
H	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^6$	$\bar{h}$	$2^{n-3} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^6$
c	$2^{n-1} \cdot 3$	$2^{n-12} \cdot 3^5 \cdot 5^2$	$\bar{c}$	$2^{n+1} \cdot 3$	$2^{n-10} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
cs	$2^{n-4} \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5$	$\bar{cs}$	$2^{n-2} \cdot 5^2$	$2^{n-6} \cdot 3^4 \cdot 5$
d	$2^{n-4} \cdot 3^3$	$2^{n-15} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{d}$	$2^{n-2} \cdot 3^3$	$2^{n-13} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
ds	$2^{n-7} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{ds}$	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^6 \cdot 5$
e	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^5$	$\bar{e}$	$2^{n-1} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^5$
f	2^{n+1}	$2^{n-10} \cdot 3^4 \cdot 5^2$	$\bar{f}$	2^{n+3}	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
fs	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-10} \cdot 3^7$	$\bar{fs}$	$2^{n-4} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^7$
g	$2^{n-2} \cdot 3^2$	$2^{n-13} \cdot 3^6 \cdot 5^2$	$\bar{g}$	$2^n \cdot 3^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
gs	$2^{n-5} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^6 \cdot 5$	$\bar{gs}$	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^6 \cdot 5$
a	$2^{n-1} \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^4$	$\bar{a}$	$2^{n+1} \cdot 5$	$2^{n-3} \cdot 3^4$
b	$2^{n-8} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^7 \cdot 5$	$\bar{b}$	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^7 \cdot 5$
h	$2^{n-4} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^6$	$\bar{h}$	$2^{n-2} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^6$
$\bar{c}$	$2^n \cdot 3$	$2^{n-11} \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$\bar{\bar{c}}$	$2^{n+2} \cdot 3$	$2^{n-9} \cdot 3^7 \cdot 5^2$

§. 17. In dieser Tabelle werden also sowohl die Haupt- als auch die Nebentöne gezeigt, für deren Erzeugung eine beliebige Taste geeignet ist. Die Haupttöne sind nämlich die aus der Darstellungszahl des Geschlechts $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ gewonnenen Töne, zu denen die Tasten demnach möglichst exakt gestimmt sein müssen.

Die Nebentöne aber können nicht mit derselben Strenge von denselben Tasten wiedergegeben werden; weil sie sich aber um so wenig von den Haupttönen unterscheiden, können für ihre Erzeugung erstere Tasten ohne merkbaren Verlust der Harmonie gefahrlos verwendet werden.

Denn obwohl von schärferen Ohren das Komma oder Diaschisma wahrgenommen werden kann – die Intervalle um die sich die Nebentöne von den Haupttönen unterscheiden – wird dennoch der Fehler, weil man die Nebentöne mit den Haupttönen weder in derselben Konsonanz noch in einer Folge zweier Konsonanzen vermischen kann, auch vom schärfsten Gehör nicht wahrgenommen werden können.

Wenn nämlich beispielsweise die Taste **F** in der ersten Konsonanz für den Ton 2^n genommen wurde, kann dieselbe in der einhundertsten Konsonanz nach der ersten ohne Gefahr den Ton $2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$ repräsentieren.

§. 18. Wenn eine Reihe von Tönen oder Konsonanzen in Zahlen vorgegeben ist, wird aus dieser Tabelle also sogleich auch verständlich, mit welchen Anschlägen von Tasten diese Reihe ausgedrückt werden muss.

Um das aber zu erreichen, wähle man die Zahl **n**, dass alle vorliegenden Zahlen in der Tabelle gefunden werden, wenn freilich die größte die kleinste nicht mehr als sechzehnfach umfasst. Daher wird die Zahl **n** entweder aus der größten der vorliegenden Zahlen definiert werden müssen oder aus der kleinsten

Wenn man das getan hat, wird man für die übrigen Töne leicht die nötigen Tasten erhalten; wenn freilich, was wir annehmen, das kleinste gemeinsame Vielfache der vorliegenden Zahlen in $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten ist.

§. 19. Alle Musikstücke also, für das unser diatonisch-chromatisches Geschlecht zu verwenden ist, sind in dieser Darstellungszahl $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ zusammengefasst, so dass andere Werke einer abweichenden Darstellungszahl mit nach diesem Geschlecht temperierten Instrumenten nicht wiedergegeben werden können.

Daher müssen alle musikalischen Werke allein aus den drei Zahlen **2, 3, 5** und ihren Potenzen komponiert sein, und die Potenz der Fünf wird nicht mehr als die zweite und die der Drei nicht mehr als die siebente sein können; so dass der Ausspruch von Leibniz es gut wiedergibt, als er sagte, dass man in der Musik noch immer nicht über die Fünf hinaus zu zählen pflege.

§. 20. Und es wäre ziemlich schwierig, in der Musik außer diesen drei Zahlen eine andere – z.B. **7** – einzuführen, weil die Konsonanzen, in deren Darstellungszahlen die Sieben einging, zu hart klängen und die Harmonie störten. Denn die Konsonanzen, in deren Darstellungszahlen nur die Sieben mit der Zwei enthalten wäre, könnten kaum zugelassen werden da die annehmlicheren Intervalle, die aus **3** und **5** entstehen, übersehen würden. Wenn aber durch Verbindung der **7** mit der **3** und der **5** die Darstellungszahl **$2^m \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$** entstünde, wäre die Konsonanz zu komplex, sodass sie dem Gehör nicht gefallen könnte. Unterdessen wollen wir dennoch die in einer Oktav befindlichen Töne für das Geschlecht vor Augen führen, deren Darstellungszahl **$2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$** ist:

generis exponens $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

Tonnamen	Töne	Logarithmen der Töne	Intervalle	
F	2^{12}	12,00000		
Fs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,03617	0,03617	512:525
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	12,07682	0,04064	35:36
G*	$2^7 \cdot 5 \cdot 7$	12,12928	0,05247	27:28
G	$2^9 \cdot 3^2$	12,16992	0,04064	35:36
Gs*	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,20610	0,03617	512:525
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	12,22882	0,02272	63:64
A*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	12,29921	0,07039	20:21
A	$2^{10} \cdot 5$	12,32193	0,02272	63:64
B*	$2^8 \cdot 3 \cdot 7$	12,39232	0,07039	20:21
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	12,39874	0,00642	224:225
H*	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,45121	0,05247	27:28
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	12,49185	0,04064	35:36
c*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$	12,56224	0,07039	20:21
c	$2^{11} \cdot 3$	12,58496	0,02272	63:64
cs*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,62114	0,03617	512:525
cs	$2^8 \cdot 5^2$	12,64386	0,02272	63:64
d*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	12,71425	0,07039	20:21
d	$2^8 \cdot 3^3$	12,75489	0,04064	35:36
ds*	$2^{10} \cdot 7$	12,80735	0,05247	27:28
ds	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	12,81378	0,00642	224:225
e*	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$	12,88417	0,07039	20:21
e	$2^9 \cdot 3 \cdot 5$	12,90689	0,02272	63:64
f*	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 7$	12,97728	0,07039	20:21
f	2^{13}	13,00000	0,02272	63:64

Konsonanzen im diatonisch-chromatischen Geschlecht

§. 1. Welche Töne im diatonisch-chromatischen Geschlecht enthalten sind, wurde im vorigen Kapitel im §. 16. deutlich gezeigt, wo nicht nur die Töne definiert wurden welche die Tasten der Instrumente an sich bezeichnen, sondern auch die Nebentöne, die dieselben Tasten bequem repräsentieren können. Also werden wir nun zu den Konsonanzen übergehen und erklären, zur Bildung welcher Konsonanzen das diatonisch-chromatische Geschlecht geeignet ist, und außerdem, mit welchen Tasten jede Konsonanz günstig zu repräsentieren ist.

§. 2. Weil die Zwei die Töne entweder um eine Oktav erhöht oder erniedrigt, sollen die um eine Oktav oder um Oktaven unterschiedlichen Töne obschon nicht als dieselben dennoch als ähnlich behandelt werden; und aus eben dieser Überlegung wird es günstig sein, Konsonanzen, deren Darstellungszahlen sich nur um eine Potenz der Zwei unterscheiden, als gleichartige zu behandeln. Eine Ansammlung derartiger ähnlicher Konsonanzen wird als Gattung (*species*) von Konsonanzen benannt werden. So stellt beispielsweise $2^m \cdot 3 \cdot 5$ eine gewisse Gattung der Konsonanzen dar, und wenn man an Stelle von m bestimmte Zahlen einsetzt, wird man die einzelnen Konsonanzen erhalten die diese Gattung bilden.

§. 3. Die Gattungen der Konsonanzen wollen wir also im Weiteren mit Formeln der Art $2^m \cdot A$ ausdrücken, in denen m eine unbestimmte Zahl, A jedoch eine bestimmte ungerade Zahl bezeichnet. Die genau unter dieser Gattung zusammengefassten Konsonanzen werden von folgenden Darstellungszahlen bestimmt: A , $2 \cdot A$, $2^2 \cdot A$, $2^3 \cdot A$, $2^4 \cdot A$ usw.

Denn die Töne die diese Konsonanzen bilden sollen von denselben einzelnen Buchstaben bezeichnet werden, und der Unterschied wird nur in den Oktaven bestehen, durch die sich die Töne dieser Konsonanzen von einander unterscheiden; dieser Unterschied wird die Natur der Konsonanz nicht sehr verändern.

§. 4. Unterdessen kann man dennoch diese unter einer Gattung enthaltenen Konsonanzen nicht völlig für dieselben halten, denn sie unterscheiden sich jedenfalls im Grad der Annehmlichkeit, mit dem jede vom Gehör wahrgenommen wird.

Wenn so eine Konsonanz der Darstellungszahl A zum Grad der Annehmlichkeit n führt, dann bezieht sich die Konsonanz $2 \cdot A$ zum Grad $n + 1$, die Konsonanz $2^2 \cdot A$ zum Grad $n + 2$, die Konsonanz $2^3 \cdot A$ zum Grad $n + 3$ usw.

Daher wird von den Konsonanzen derselben Gattung die einfachste und am leichtesten wahrzunehmende diejenige sein, die die Darstellungszahl **A** besitzt, und ihr wird in der Reihenfolge der Annehmlichkeit die Konsonanz **2·A** folgen, dieser aber **2²·A** und so fort.

§. 5. Eine je größere Zahl man also in der Darstellungszahl der Gattung von Konsonanzen **2^m·A** an der Stelle von **m** einsetzt, desto komplexer und für das Gehör schwieriger wahrzunehmen wird die Konsonanz sein.

Weil also unsere Fähigkeit der Wahrnehmung nicht über einen gegebenen Grad ausgedehnt wird, ist eine Grenze in den Graden der Annehmlichkeit zu bestimmen, über die hinaus man komplexere Konsonanzen nicht bilden soll.

Eine solche Grenze aber kann man nur durch Erfahrung festsetzen; fest steht aber, dass von Musikern nur äußerst selten komplexere Konsonanzen verwendet zu werden pflegen als jene, die zum **XII.** Grad führen; und es scheint das daher nicht zu billigen zu sein wenn man solche komplexeren verwendet.

Für uns sei also diese Grenze festgesetzt, und Konsonanzen die diese überschreiten seien verboten und aus der Harmonie zu entfernen.

§. 6. Damit wir also die Konsonanzen, die ihren Platz im diatonisch-chromatischen Geschlecht finden, aufzählen und darlegen, sollen solche Darstellungszahlen ermittelt werden, die in der Darstellungszahl des Geschlechts **2^m·3³·5²** enthalten sind. Auch wenn nämlich dieses Geschlecht auch der Darstellungszahl **2^m·3⁷·5²** genügt, können dennoch aus dargelegtem Grund keine Konsonanzen zugezogen werden, die in **2^m·3³·5²** nicht enthalten sind. Wir werden also folgende zwölf Arten von Konsonanzen erhalten:

I. 2^m.	V. 2^m·3·5.	IX. 2^m·3·5².
II. 2^m·3.	VI. 2^m·5².	X. 2^m·3³·5.
III. 2^m·5.	VII. 2^m·3³.	XI. 2^m·3²·5².
IV. 2^m·3².	VIII. 2^m·3²·5.	XII. 2^m·3³·5².

§. 7. Diese Gattungen von Konsonanzen können freilich in mehreren Formen auftreten, wenn an die Darstellungszahlen zusätzlich Indizes angehängt werden.

Jede beliebige Darstellungszahl einer Gattung **2^m·A** wird durch jeden beliebigen Index **B** bestimmt werden können, sodass die Gattung auf folgende Weise ausgedrückt wird: **2^m·A(B)**,

solange **2^mAB** Teiler von **2^m·3⁷·5²** ist, wenn man freilich diese weitere Ausdehnung der diatonisch-chromatischen Geschlechts zulässt.

Weil aber die Basis jeder Konsonanz für sich der mit der Eins bezeichnete Ton ist, wird **B** die Basis der Konsonanz $2^m \cdot A(B)$ sein; so dass, in welcher Weise auch immer der Index **B** verändert wird, die durch $2^m \cdot A(B)$ ausgedrückten Konsonanzen sich nur durch das Verhältnis der Basen unterscheiden.

§. 8. Weil die Aufgabe hier aber nur ist die Konsonanzen für sich betrachtet zu erörtern und da diese aber durch die Indizes nicht verändert werden, wollen wir hier die Indizes vernachlässigen, oder besser gesagt für die Indizes die Eins annehmen.

Eine auf diese Weise beschriebene Konsonanz wird leicht zu jedem beliebigen Index transformiert werden können, indem man an Stelle des mit der Eins bezeichneten Tons den durch den Index ausgedrückten einsetzt und an der Stelle der übrigen die von der Basis um dieselben Intervalle entfernten.

Weil also **1** den mit dem Buchstaben **F** zu bezeichnenden Ton ergibt oder einen um einige volle Oktaven von **F** entfernten, wird die Basis in diesem Kapitel immer entweder der Ton **F** sein oder einige Oktaven tiefer als **F**.

§. 9. In allen Konsonanzen, die wir hier vorstellen werden, wird also der Ton oder die Taste **F** für uns durch die Eins oder die Zwei oder eine Potenz der Zwei bezeichnet werden, je nachdem wie es die Umstände erfordern werden. Denn es schien uns günstig, alle Konsonanzen im Intervall dreier Oktaven darzustellen, so dass wir Töne entweder tiefer als **F** oder höher als $\bar{f}$ vermeiden können.

Weil wir also bei diesem Vorhaben selten vollständige Konsonanzen darstellen können, wird bald **1**, bald **2**, bald **4** usw. die Taste **F** bezeichnen; dadurch erhalten wir alle Formen, mit denen sich jede Konsonanz innerhalb des vorgeschriebenen Intervalls dreier Oktaven zeigen kann.

§. 10. Um diese Töne auszudrücken werden wir zwei Fünfliniensysteme verwenden, von denen das eine mit dem Diskant-, das andere mit dem Bassschlüssel versehen ist, und in diesen werden wir die Konsonanzen nach gewohnter Weise so darstellen, dass alle Noten innerhalb dieser Fünfliniensysteme enthalten sind. Das ist auch der Grund, warum wir keine tieferen Töne als **F** und keine höheren als $\bar{f}$ verwenden wollen.

Und man kann auch keinen größeren Tonumfang verwenden, damit nicht soäter beim Einsetzen anderer Töne an Stelle von **F** mehrere aufeinander folgende Konsonanzen ein größeres Intervall als vier Oktaven erfordern.

species I. **species II.** **species III.**

1 2 2² 3 2:3 2²:3 2³:3 5 2:5 2²:5 2³:5 2⁴:5

I II III III IV V VI V VI VII VIII IX

1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 1 2 2² 2 2² 2²

species IV. **species V.**

2:3² 2²:3² 2³:3² 2⁴:3² 2⁵:3² 3:5 2:3:5 2²:3:5 2³:3:5 2⁴:3:5 2⁵:3:5

VI VII VIII IX X VII VIII IX X XI XII

2 2 2² 2 2² 2³ 2² 2³ 2³ 1 2 1 2 2² 2 2² 2³ 2 2² 2³ 2² 2³ 2³

species VI. **species VII.**

2²:5² 2³:5² 2²:3³ 2³:3³ 2⁴:3³ 2⁵:3³

XI XII IX X XI XII

2² 2² 2³ 2² 2² 2³ 2² 2³ 2⁴ 2³ 2⁴

species VIII. **sp. IX. species X.**

3²:5 2:3²:5 2²:3²:5 2³:3²:5 2:3:5² 3³:5 2:3³:5

IX X XI XII XII XI XII

2 2 2² 2³ 2 2² 2³ 2⁴ 2 2² 2³ 2⁴ 2⁵ 2² 2² 2² 2³

species VI.
 $2^4 \cdot 5^2$ $2^5 \cdot 5^2$ $2^6 \cdot 5^2$ **species VII.**
 $2^6 \cdot 3^3$

XII XIV XV XIII

species VIII.
 $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$ $2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$

XIII XIV XV

species IX.
 $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$

XIII XIV XV

species X.
 $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$

XIII XIV XV

species XI.
 $3^2 \cdot 5^2$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ **species XII.**
 $3^3 \cdot 5^2$

XIII XIV XV XV

§. 11. Mit dieser Überlegung haben wir die Konsonanzen jeder Gattung nach der Ordnung der Annehmlichkeit mit Noten in gewohnter Weise aufgeschrieben.

Darüber freilich die Darstellungszahlen der aufgeschriebenen Konsonanzen; zwischen den Fünfliniensystemen aber den Grad der Annehmlichkeit; und unten haben wir Zahlen angefügt, mit denen in jeder Konsonanz der Ton **F** bezeichnet wird.

Außerdem haben wir die Konsonanzen im ersten Teil dieser Abbildung nur bis zum **XII.** Grad fortgeführt, d.h. solche die häufiger verwendet wurden; unten haben wir dennoch Konsonanzen bis zum **XV.** Grad fortgesetzt, die in Wahrheit für Dissonanzen zu halten sind.

Die meisten Arten konnten wir nicht so weit fortsetzen wegen des zu großen Intervalls, in dem komplexere Konsonanzen dargestellt werden könnten. So kann die Konsonanz **2³** der ersten Gattung nicht im Intervall dreier Oktaven dargestellt werden, und um viel weniger die folgenden Konsonanzen; deswegen sind sie auch ausgelassen.

§. 12. Diese Abbildung beginnt daher vom Unisono, d.h. einem einzelnen Ton, der jedenfalls die einfachste der Konsonanzen ist.

Diesem folgt die Oktav genannte Konsonanz, deren zwei sie bildende Töne voneinander um das Intervall einer Oktav entfernt sind; und diese ist nach dem Unisono die einfachste Konsonanz; sie wird sehr leicht wahrgenommen, und um sie zu bilden können zwei Saiten nur mit dem Gehör einfach temperiert werden.

Die dritte Konsonanz ist eine dreitönige, ihre Töne sind voneinander in Oktaven entfernt und bewirken so eine angenehme Harmonie.

Und das sind die Konsonanzen der ersten Gattung, mehr von ihnen fallen nicht in das Intervall dreier Oktaven.

§. 13. Die zweite Gattung umfasst diese Konsonanzen, in denen außer der Oktav die Intervalle Quint und Quart auftreten. Was freilich die Quint betrifft ist es offensichtlich, dass sie am reinsten wiedergegeben wird wenn sie um eine Oktav vergrößert wird, so dass die Oktav plus Quint sich nicht nur den Ohren angenehmer darbietet als die einfache Quint, sondern auch für das Temperieren von Instrumenten mit glücklicherem Erfolg herangezogen wird. Wenn nämlich der Ton **F** festgelegt ist, wird es viel einfacher sein aus ihm den Ton **c̄** zu bestimmen als **c**. Wer daher Musikinstrumente nur nach dem Gehör temperieren möchte, wird keine einfachen Quinten, sondern Oktaven plus Quinten bilden, wodurch er Unterstützung von nicht kleinem Ausmaß erhalten wird.

Die übrigen Konsonanzen dieser Gattung treten häufig auf und sind für das Gehör ziemlich angenehm.

§. 14. Die einfachste Konsonanz der dritten Gattung ist die doppelte Oktav plus kleine Terz, dieses Intervall ist für das Gehör viel annehmlicher als die einfache große Terz oder die Oktav plus große Terz. Deswegen wird es für die gute Temperierung von Musikinstrumenten nützlicher sein doppelte Oktaven plus große Terzen zu bilden als einfache große Terzen; bzw. wenn die Töne sehr weit auseinander scheinen, werden wenigstens Oktaven plus große Terzen dazu herangezogen werden können. Also wird es höchst nützlich sein, diese Hilfestellungen beim Temperieren von Musikinstrumenten nach den oben erörterten Regeln zu verwenden, wodurch der beschriebene Vorgang umso einfacher und genauer vonstatten geht.

§. 15. Das sind also die drei einfachsten Gattungen, in deren erster nur ein einziger Ton, in den übrigen nur zwei auftreten – wenn freilich Töne, die sich um eine oder mehrere Oktaven unterscheiden, wie dieselben behandelt werden; und deswegen werden sie wegen der so großen Einfachheit außer in zweistimmigen Stücken für gewöhnlich selten verwendet. Die übrigen Gattungen aber umfassen einen größeren Vorrat an Tönen, wie sie in mehrstimmigen Kompositionen bequem Platz haben können. Derart ist die vierte Gattung, in deren Konsonanzen sich drei Töne, **F**, **C** und **G**, finden; öfter aber verwenden die Musiker diese Gattung, wenn sie zum Bass entweder die Quint gemeinsam mit der Sekund oder die Septim gemeinsam mit der Quart anfügen. Diese Konsonanzen werden freilich von den Musikern gewöhnlich Dissonanzen genannt; nicht so sehr darum weil sie weniger annehmlich sind, als deswegen weil man überein gekommen ist, nur die folgende Gattung plus die drei vorigen als Konsonanzen zu benennen.

§. 16. Es folgt also die fünfte Gattung, die den Musikern sowohl alle komplexeren Konsonanzen als auch mehrere Dissonanzen beschert. Solche Konsonanzen sind vor allem zwei, die gleich am Beginn dieser Gattung aufscheinen, von denen die erste aus den Tönen **F**, **A**, **C**, die zweite aber aus den Tönen **A**, **C**, **E** besteht. Und diese beiden Konsonanzen werden, mit welcher Reihenfolge auch immer die Töne angeordnet sind, für gewöhnlich harmonische Dreiklänge genannt. Hauptdreiklänge werden sie aber genannt, wenn die Töne so angeordnet sind, dass der eine vom untersten eine große oder kleine Terz Abstand hat, der andere aber eine Quint. Aus diesen Hauptdreiklängen entstehen daher die Nebendreiklänge, wenn die Töne in einer anderen Anordnung platziert werden.

§. 17. Weiters wird der harmonischer Dreiklang hart oder „Dur“ genannt, in dem die große Terz mit der Quint verbunden ist, weich oder „Moll“ aber der, in dem die kleine Terz mit der Quint verbunden wird; also ist hart der Dreiklang **F**, **A**, **C**, weich aber **A**, **C**, **E**.

Auf welche Weise einer von diesen beiden Dreiklängen am annehmlichsten mit Tönen ausgedrückt werden soll, ist aus der Abbildung deutlich ersichtlich, aus der zugleich offenkundig wird, um wie viel er an Annehmlichkeit abnimmt wenn die Töne in einer anderen Anordnung platziert werden. Über die geeignetste Art aber, jede Konsonanz auszudrücken oder jeden „Akkord“, wie er von Musikern gewöhnlich genannt wird, wird unten mehr erörtert werden.

§. 18. Außer diesen zwei Dreiklängen beinhaltet diese selbe fünfte Gattung mehrere von den Musikern so genannte Dissonanzen, die man aus beiden Teilen der Abbildung sehen kann. Die Musiker verwenden nämlich für gewöhnlich beim Komponieren von Werken als Konsonanzen nur Dreiklänge – sowohl harte (Dur) als auch weiche (Moll) – und füllen mit diesen den größten Teil der Werke; alle übrigen Konsonanzen aber, die sie ersteren beimischen, behandeln sie nur als zweitrangig und bezeichnen sie als Dissonanzen; obwohl sie öfters sogar mehr Annehmlichkeit besitzen als die Dreiklänge, soweit man sie anzuwenden pflegt.

§. 19. Die Konsonanzen der sechsten Gattung sind ziemlich hart, da die einfachste, die im Intervall dreier Oktaven ausgedrückt werden kann, zum elften Grad führt; sehr selten wird sie daher von Musikern herangezogen, und selten ist es günstig sie zu verwenden.

Die Konsonanzen der siebenten wie auch der achten Gattung sind leichter zu hören und können mit großer Anmut einfacheren Konsonanzen beigemischt werden. Die neunte aber und die zehnte Gattung können wegen der zu großen Roheit nur mit höchster Vorsicht verwendet werden.

Von den restlichen zwei Gattungen kann nicht einmal eine Konsonanz gezeigt werden, die den zwölften Grad nicht überschritte; die Konsonanzen dieser Gattungen oder eher „Dissonanzen“ sind in der zweiten Abbildung zu suchen.

§. 20. Von da können nützliche Regeln abgeleitet werden den *basso continuo* so annehmlich wie möglich zu gestalten, bei dem für gewöhnlich beim tiefsten Ton der zu bildenden Konsonanz mit dazugeschriebenen Zahlen bezeichnet wird, welche höheren Töne mit ihm zugleich erklingen sollen. Diese Töne aber werden durch die Zahlen bezeichnet, die von den eingebürgerten Namen der Intervalle erhalten sind, so dass **6** anzeigt dass die Sext, **7** die Septim usw. mit dem Bass zu verbinden ist.

Diese Zahlen bezeichnen jedoch nicht nur einfache Intervalle, sondern auch die um eine oder mehrere Oktaven vergrößerten, je nachdem wie es die Umstände erfordern; und der Kunstfertigkeit des Musikers wird es überlassen, ob es nützlich ist einfache oder zusammengesetzte Intervalle zu verwenden.

§. 21. Um also derartige Regeln zu erklären werden wir bei den einfachen Intervallen beginnen, bei denen ein einziger Ton mit dem Bass zu verbinden ist. Zuerst: Wenn eine Oktav bezeichnet ist, wird es annehmlicher sein, eine einfache Oktav anzufügen als eine doppelte oder dreifache.

Wenn eine perfekte oder nicht perfekte Quint anzufügen vorgeschrieben wird (nicht perfekte Quinten werden für diesen Zweck nämlich für gewöhnlich wie perfekte behandeln), wird es günstig sein, nicht die einfache Quint sondern die Oktav plus Quint zu verwenden.

Die einfache Quart hingegen ist für das Gehör annehmlicher als die um eine oder mehrere Oktaven vergrößerte, und wenn daher die Umstände es zufällig erlauben die einfache zu verwenden, dann soll sie so wenig wie möglich vom Bass entfernt positioniert werden.

§. 22. Wenn eine große Terz vorgeschrieben ist, empfiehlt es sich an ihrer Stelle nicht die einfache sondern die um zwei Oktaven vergrößerte zu verwenden, die kleine Terz hingegen ist dem Gehör angenehmer, wenn sie als einfache genommen wird, oder wenigstens möglichst wenig entfernt vom Bass.

Weiters sind die Sexten – sowohl die großen als auch die kleinen – annehmlicher je weniger vom Bass entfernt sie gewählt werden.

Auf ähnliche Weise ist die einfache kleine Septim, d.h. die dem Bass nächste, den weiter entfernten vorzuziehen; die große Septim aber wird umso angenehmer sein, um ein je größeres Intervall sie vom Bass entfernt ist.

Die große Sekund, die in einem großen Tonus besteht, soll vom Bass möglichst weit entfernt, die aber, die in einem kleinen Tonus enthalten ist, zum Bass möglichst nah sein.

Auf gleiche Weise wird eine kleine Sekund umso annehmlicher sein, je näher sie beim Bass gewählt wird.

Je weiter schließlich der Tritonus vom Bass entfernt genommen wird, umso weniger wird er die Annehmlichkeit stören.

§. 24. Um das aber genau zu veranschaulichen waren drei Fünfliniensysteme nötig, in deren unterstem nur die Bassnoten mit dazugeschriebenen Zahlen gezeigt werden, wie es beim *basso continuo* oder Generalbass gewöhnlich gemacht wird; die zwei übrigen Fünfliniensysteme aber enthalten die volle Konsonanz, mit der die dem Bass beigefügten Zahlen am bequemsten und annehmlichsten ausgedrückt werden.

Wir haben hier eine freie Skala verwendet, aber man kann die Anwendung durch Transposition dieser Abbildung einfach für eine beliebige andere Skala und für andere Töne anpassen. Wir unterscheiden wie vorher die Grade der Annehmlichkeit und haben auch die Gattungen notiert, zu denen jede Konsonanz gehört.

Schließlich besteht auch diese Abbildung aus zwei Teilen, im ersten sind die Konsonanzen bis zur zehnten Gattung, im zweiten aber die Konsonanzen der zwei übrigen Gattungen aufgezählt.

sp. I. sp. II. sp. III. species IV. species V. species VI.

species VII. species VIII.

species IX. species X.

The image displays musical notation for twelve species of chords, arranged in three groups. Each species is represented by a system of three staves: a grand staff (treble and bass clefs) and a separate bass line. The notation includes chord symbols (Roman numerals) and fingerings (numbers 1-7) for each species. The species are labeled as follows:

- Species I to VI:** sp. I. (II), sp. II. (III), sp. III. (V), species IV. (V, VIII), species V. (VI, VII, IX), species VI. (VII, VIII, IX, X, XI, XII, XIV).
- Species VII and VIII:** species VII. (IX, X, XI, XII), species VIII. (IX, X, XI, XII, XIII, XV).
- Species IX and X:** species IX. (XII, XIII, XIV, XV), species X. (XI, XII).

species X.

Species X is a complex texture featuring dense, multi-voice polyphony in the upper staves (treble and alto clefs) and a single-voice bass line in the lower staff (bass clef). The texture is divided into three measures: XIII, XIV, and XV. Each measure contains a large number of notes, often beamed together in groups, creating a highly rhythmic and complex sound. The notes are primarily eighth and sixteenth notes, with some longer values. The overall effect is one of intense harmonic and rhythmic activity.

species XI.

Species XI is a more complex texture than Species X, featuring dense, multi-voice polyphony in the upper staves (treble and alto clefs) and a single-voice bass line in the lower staff (bass clef). The texture is divided into three measures: XIII, XIV, and XV. Each measure contains a large number of notes, often beamed together in groups, creating a highly rhythmic and complex sound. The notes are primarily eighth and sixteenth notes, with some longer values. The overall effect is one of intense harmonic and rhythmic activity.

species XII.

Species XII is a more complex texture than Species X, featuring dense, multi-voice polyphony in the upper staves (treble and alto clefs) and a single-voice bass line in the lower staff (bass clef). The texture is divided into three measures: XIII, XIV, and XV. Each measure contains a large number of notes, often beamed together in groups, creating a highly rhythmic and complex sound. The notes are primarily eighth and sixteenth notes, with some longer values. The overall effect is one of intense harmonic and rhythmic activity.

Modi und Systeme im diatonisch-chromatischen Geschlecht

§. 1. Es würde passen, nach den Konsonanzen des diatonisch-chromatischen Geschlechts die Folge von Konsonanzen zu behandeln. Weil die Folge von Konsonanzen jedoch an den *modus musicus* anzupassen ist, schien es uns vernünftiger, zuerst die Modi aufzuzählen und zu erklären, bevor wir Regeln lehren, nach denen Konsonanzen in jedem Modus verbunden werden müssen.

Wenn nämlich die Grenzen bestimmt sind, in denen wir uns beim Verbinden von Konsonanzen bewegen dürfen, wird es einfacher sein, eine Norm der Komposition zu erklären und einen musikalischen Zusammenklang zu bilden.

§. 2. Weil der *modus musicus* nichts anderes ist als die Darstellungszahl einer Reihe von Konsonanzen und die Darstellungszahl eines Modus die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen in sich umfasst, leuchtet es ein dass der *exponens modi* nicht allzu einfach sein kann; andernfalls könnte bei den Konsonanzen nämlich keine ausreichende Vielfalt Platz finden. Deshalb werden wir die Darstellungszahlen 2^n , $2^n \cdot 3$, $2^n \cdot 3^2$, $2^n \cdot 3 \cdot 5$, $2^n \cdot 5^2$ für die Bestimmung eines Modus als gleichsam unbrauchbar verwerfen und mit den komplexeren beginnen.

§. 3. Weil aber die Darstellungszahl eines Modus im diatonisch-chromatischen Geschlecht enthalten sein muss, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, werden wir die sechs folgenden Modi erhalten, deren *exponentes* sein werden:

I. $2^n \cdot 3^3$	IV. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$
II. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	V. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$
III. $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	VI. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$

Obwohl das diatonisch-chromatische Geschlecht nämlich weitere Möglichkeiten eröffnet als bis zur Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$, kann ein Modus dennoch nicht komplexer sein, sowohl um nicht unfasslich zu werden als auch ganz besonders deswegen, damit nicht im selben Modus dieselbe Taste verwendet werden muss um zwei verschiedene Töne zu erzeugen; das wäre nicht tolerierbar.

§. 4. Wenn aber im gesamten Musikstück die Modi wiederholt gewechselt werden und Übergänge von den einen Modi in andere gemacht werden, dann kann ohne Verletzung der Harmonie die Darstellungszahl des gesamten Werks, in dem die Darstellungszahlen aller Modi enthalten sind, komplexer sein als $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ und wird sich sogar bis $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ erweitern können.

Daher muss man bei der Komposition von ganzen Musikstücken folgende Regel festmachen,

dass jeder Modus in der Darstellungszahl (*exponens*) $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ enthalten sei, und der *exponens* des gesamten Werks nicht komplexer werde als $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$.

§. 5. Von den sechs besprochenen Modi sind die ersten drei zu einfach und können daher in der heutigen Musik weniger Platz haben, da sie eine solche Vielfalt, derer sich die Musik in dieser Zeit erfreut, nicht zulassen. Zuweilen könnten sie dennoch für platte Zusammenklänge und einfachere Melodien noch immer verwendet werden, außer dem ersten in dem nicht einmal Terzen und Sexten Platz finden.

Der zweite Modus aber ist genügend geeignet, um leichte und heitere Modulationen auszudrücken die aus einfacheren Konsonanzen bestehen, und er wird deswegen öfter von Musikern verwendet.

Obwohl der dritte Modus sehr selten auftritt, könnte er dennoch in gleicher Weise in simplen Modulationen dieser Art nicht unpassend herangezogen werden.

§. 6. In den drei letzten Modi aber wird die gesamte heutige Musik erfasst. Die Modi nämlich, die die Musiker gewöhnlich gebrauchen, sowie alle Unterarten (*species*) sind in diesen drei Modi enthalten.

Denn der gewöhnlich von den Musikern „Dur“ genannte, führt zu unserem vierten Modus, „Moll“ aber zu unserem fünften.

Am öftesten aber verwenden für gewöhnlich die heutigen Musiker einen aus Dur und Moll zusammengesetzten Modus, den man zum sechsten Modus in Bezug setzen muss, und diesen findet man in den heutigen Werken am meisten.

§. 7. Diese Modi haben alle, soweit wir sie ohne Indizes ausgedrückt haben, als Basis den Ton **F**, der durch die Eins oder eine Potenz der Zwei bezeichnet wird.

Jeder beliebige Modus kann aber transponiert werden, sodass die Basis zu einem anderen Ton verschoben wird, wodurch freilich der Modus in seiner Natur nicht verändert wird. Diese Transpositionen von Modi, die in der Musik äußerst häufig aufzutreten pflegen, werden wir „Variationen“ der Modi nennen und sie durch mit der Darstellungszahl verbundene Indizes bezeichnen, so dass der Index die Basis bezeichnen soll auf die der Modus selbst bezogen wird.

Wenn so der Index **3** ist, wird die Basis des Modus der Ton **C** sein;
und beim Index **5** wird die Basis **A** sein, wie man aus dem Vorhergehenden erkennt.

§. 8. Weiters wird eine Variation „rein“ genannt werden, wenn die mit dem Index verbundene Darstellungszahl in der natürlichen Darstellungszahl des diatonisch-chromatischen Geschlechts enthalten ist, die $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist.

Wenn jedoch die Darstellungszahl des Modus mit dem Index komplexer ist als $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$, aber dennoch in $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten ist, dann wird diese Variation von uns „unrein“ genannt werden, weil ja die Töne des musikalischen Geschlechts nicht exakt, aber doch annähernd übereinstimmen.

Eine Variation aber, die nicht einmal in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten ist, wird mit Recht für unerlaubt und gegen die Harmonie gelten können.

§. 9. Der erste Modus also, dessen Darstellungszahl $2^n 3^3$ ist, wird drei reine Variationen besitzen, nämlich $2^n \cdot 3^3(1)$; $2^n \cdot 3^3(5)$; $2^n \cdot 3^3(5^2)$.

Ihre Basen sind **F**, **A**, **Cs**.

Unreine Variationen lässt er aber zwölf zu, die mit ihren Basen die folgenden sind:

$2^n \cdot 3^3(3)$;	$2^n \cdot 3^3(3^2)$;	$2^n \cdot 3^3(3^3)$;	$2^n \cdot 3^3(3^4)$;
C	G	D	A
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5)$;	$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5)$;	$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5)$;	$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5)$;
E	H	Fs	Cs
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5^2)$;	$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5^2)$;	$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5^2)$;	$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5^2)$.
Gs	Ds	B	F

wo die Nebentöne **A**, **Cs**, **F** durch kursive Buchstaben ausgedrückt sind.

§. 10. In der folgenden Tabelle haben wir also alle reinen und unreinen Variationen der einzelnen Modi dargestellt und für jede Variation die Taste dazugeschrieben, mit der die Basis bezeichnet ist.

Weil aber die Konsonanzen auch alle derartigen Variationen zulassen, schien es uns angebracht, in dieser Tabelle die Variationen nicht nur der Modi, sondern auch aller Konsonanzen vor Augen zu stellen.

I. $2^n \cdot 3$	II. $2^n \cdot 5$	III. $2^n \cdot 3^2$	IV. $2^n \cdot 3 \cdot 5$	V. $2^n \cdot 5^2$
<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>
$2^n \cdot 3(1)$ F	$2^n \cdot 5(1)$ F	$2^n \cdot 3^2(1)$ F	$2^n \cdot 3 \cdot 5(1)$ F	$2^n \cdot 5^2(1)$ F
$2^n \cdot 3(3)$ C	$2^n \cdot 5(3)$ C	$2^n \cdot 3^2(3)$ C	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3)$ C	$2^n \cdot 5^2(3)$ C
$2^n \cdot 3(5)$ A	$2^n \cdot 5(5)$ A	$2^n \cdot 3^2(5)$ A	$2^n \cdot 3 \cdot 5(5)$ A	$2^n \cdot 5^2(3^2)$ G
$2^n \cdot 3(3^2)$ G	$2^n \cdot 5(3^2)$ G	$2^n \cdot 3^2(3^2)$ G	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2)$ G	$2^n \cdot 5^2(3^3)$ D
$2^n \cdot 3(3 \cdot 5)$ E	$2^n \cdot 5(3 \cdot 5)$ E	$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ E	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ E	
$2^n \cdot 3(5^2)$ Cs	$2^n \cdot 5(3^3)$ D	$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ H	
$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ H			
$2^n \cdot 3(3 \cdot 5^2)$ Gs	$2^n \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ Fs			
$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$ Ds				
<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>
$2^n \cdot 3(3^3)$ D	$2^n \cdot 5(3^4)$ A	$2^n \cdot 3^2(3^2)$ G	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3)$ D	$2^n \cdot 5^2(3^4)$ A
$2^n \cdot 3(3^4)$ A	$2^n \cdot 5(3^5)$ E	$2^n \cdot 3^2(3^3)$ D	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ Fs	$2^n \cdot 5^2(3^5)$ E
$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5)$ Fs	$2^n \cdot 5(3^4 \cdot 5)$ Cs	$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4)$ A	$2^n \cdot 5^2(3^6)$ H
$2^n \cdot 3(3^5)$ E	$2^n \cdot 5(3^6)$ H	$2^n \cdot 3^2(3^4)$ A	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$ Cs	$2^n \cdot 5^2(3^7)$ Fs
$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5)$ Cs	$2^n \cdot 5(3^7)$ Fs	$2^n \cdot 3^2(3^3 \cdot 5)$ Fs	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5)$ E	
$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5^2)$ B	$2^n \cdot 5(3^6 \cdot 5)$ Ds	$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5^2)$ Ds	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5 \cdot 5)$ Gs	
$2^n \cdot 3(3^6)$ H	$2^n \cdot 5(3^7 \cdot 5)$ B	$2^n \cdot 3^2(3^5)$ E	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6)$ H	
$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5)$ Gs		$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5)$ Cs	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6 \cdot 5)$ Ds	
$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5^2)$ F		$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5^2)$ B		
$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5)$ Ds		$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5)$ Gs		
$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5^2)$ C		$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5^2)$ F		
$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5^2)$ G		$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5^2)$ C		

I. Modus $2^n \cdot 3^3$	II. Modus $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	III. Modus $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	IV. Modus $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$	V. Modus $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$	VI. Modus $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$
<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>	<i>Reine Variationen</i>
$2^n \cdot 3^3(1)$ F	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(1)$ F	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(1)$ F	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(1)$ F	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(1)$ F	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(1)$ F
$2^n \cdot 3^3(5)$ A	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3)$ C	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3)$ C	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(5)$ A	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3)$ C	
$2^n \cdot 3^3(5^2)$ Cs	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ A	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$ G			
	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ E				
<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>	<i>Unreine Variationen</i>
$2^n \cdot 3^3(3)$ C	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^2)$ G	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^3)$ D	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3)$ C	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^2)$ G	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3)$ C
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5)$ E	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^4)$ A	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ E	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^3)$ D	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^2)$ G
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5^2)$ Gs	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^3)$ D	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^5)$ E	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^2)$ G	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^4)$ A	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^3)$ D
$2^n \cdot 3^3(3^2)$ G	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ Fs	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^6)$ H	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^5)$ E	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^4)$ A
$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5)$ H	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^4)$ A		$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^3)$ D		
$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5^2)$ Ds	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$ Cs		$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ Fs		
$2^n \cdot 3^3(3^3)$ D	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^5)$ E		$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^4)$ A		
$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5)$ Fs	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^5 \cdot 5)$ Gs		$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$ Cs		
$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5^2)$ B					
$2^n \cdot 3^3(3^4)$ A					
$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5)$ Cs					
$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5^2)$ F					

§. 11. Aus dieser Tabelle erkennt man also, wie viele sowohl reine als auch unreine Variationen jede beliebige Konsonanz und in gleicher Weise auch jeder beliebige Modus auf einem richtig gestimmten Instrument zulässt.

So ist es klar, dass die Dreiklangsharmonie, die in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3 \cdot 5$ enthalten ist, sechs reine Variationen und acht unreine hat; von diesen unreinen passen aber drei mit den reinen zusammen, weil die Nebenbasen **A**, **E** und **H** schon in den reinen als Hauptbasen aufgetaucht sind, so dass nur fünf als unrein zu werten sind, deren Basen **D**, **Fs**, **Cs**, **Ds** und **Gs** sind.

Danach werden auch die Transpositionen der Modi aus dieser Tabelle bestimmt, sowohl die reinen als auch die unreinen, und sogleich wird klar, um ein wie großes Intervall man eine gegebene Modulation transponieren kann, sodass sie entweder rein bleibt oder unrein wird; und in welchen Fällen sie auch unerlaubt wird.

Was also über eine Variation jedes Modus gesagt wird, das wird leicht auf alle übrigen zu übertragen sein.

§. 12. Nach den Variationen der Modi sind die verschiedenen Unterarten (*species*) jedes Modus zu betrachten, die entstehen, wenn an die Stelle der unbestimmten Potenz der **2** in der Darstellungszahl des Modus bestimmte Potenzen eingesetzt werden.

So werden die Arten des Modus $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ durch folgende *exponentes* ausgedrückt:

$3^3 \cdot 5$, $2 \cdot 3^3 \cdot 5$, $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$, $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$ usw., indem man nämlich an Stelle von **n** nacheinander die aufsteigenden ganzen Zahlen **0**, **1**, **2**, **3**, **4** usw. einsetzt.

Jede Gattung eines Modus aber besitzt dieselben sowohl reinen als auch unreinen Variationen, da die Variationen nicht von der Potenz der **2** bestimmt werden die in der Darstellungszahl des Modus enthalten ist, sondern nur von den bezeichnenden Zahlen **3** und **5**, die in den Gattungen nicht verändert werden.

§. 13. Die Arten desselben Modus unterscheiden sich in der Berechnung der Grade der Annehmlichkeit, zu denen sie führen. Denn für umso einfacher wird eine Art desselben Modus gehalten, eine je kleinere Zahl an Stelle von **n** eingesetzt wird.

So ergibt sich die einfachste Art jedes Modus, wenn **n = 0** angenommen werde;

um einen Grad komplexer aber wird sie, wenn man **n = 1** setzt;

um zwei Grade wird sie ansteigen, wenn man **n = 2** setzt und so fort; so wie man aus dem erkennen kann, was oben über das Finden des Grades der Annehmlichkeit (gesagt wurde), zu dem jede beliebige festgesetzte Darstellungszahl zu beziehen ist.

§. 14. Die Anzahl freilich der Arten jedes Modus wäre für sich betrachtet unbegrenzt, wegen der zahllosen bestimmten Zahlen, die an der Stelle von **n** eingesetzt werden könnten.

Aber weil das was auf die Sinne einströmt eine unbegrenzte Zahl nicht zulässt, bestimmt das Intervall zwischen der tiefsten Tiefe und der höchsten Höhe der Töne eine bestimmte Anzahl an Arten in jedem Modus. Denn jeder Modus umfasst in sich eine gegebene Anzahl an einfachen Tönen, die durch Erhöhen der Zahl n in den verschiedenen Oktaven öfter wiederholt werden, so dass, wenn derselbe Ton bereits in allen Oktaven auftritt, eine weitere Vermehrung der Zahl n keine weitere Vielfalt bewirken kann.

§. 15. Damit das deutlicher verstanden wird ist zu bemerken, dass jeder Modus seine einfachen Töne besitzt die durch die ungeraden Zahlen ausgedrückt werden, aus denen, wenn sie mit **2** oder Potenzen davon multipliziert werden, die übrigen abgeleitet entstehen. Je größer also die Potenz der Zwei ist, mit der die Multiplikation gemacht wird, umso mehr abgeleitete Töne werden sich aus den einfachen entwickeln; und schließlich wird die feste Zahl der Oktaven von diesen Tönen so ausgefüllt, dass, auch wenn die Potenz der Zwei weiter erhöht würde, dennoch mehr Töne keinen Platz finden können. Das aber wird aus den folgenden Tabellen genau sichtbar werden.

§. 16. Eine dritte Veränderung jedes Modus und jeder Art bewirkt die Anpassung an ein angenommenes System der Töne auf Musikinstrumenten, das gewöhnlich vier Oktaven zu enthalten pflegt, in denen der tiefste Ton durch den Buchstaben **C** und der höchste durch $\bar{\bar{c}}$ bezeichnet wird. Innerhalb dieser Grenzen also müssen die Töne jedes Modus und jeder Art, die freilich auf den Instrumenten zu spielen sind, enthalten sein; so dass sowohl tiefere Töne als **C** als auch höhere als $\bar{\bar{c}}$ als gleichsam nutzlos zu verwerfen sind.

Diese Sammlungen aber von Tönen jeder Art, die in den besprochenen Grenzen enthalten sind, wird von uns „System“ dieser Art genannt werden.

§. 17. Auf mehrere Arten kann aber dieselbe *species* meistens innerhalb jenes festen Intervalls der Töne (**C** bis $\bar{\bar{c}}$) eingeschlossen werden, je nachdem ob der Ton **F** durch die eine oder andere Potenz der Zwei ausgedrückt wird.

Denn wenn **F = 1** angenommen wird, werden alle durch größere Zahlen als **12** ausgedrückten Töne verworfen werden müssen;

und wenn **F = 2**, werden nur diese Töne ausgedrückt werden können, die zwischen den Zahlen **2** und **24** enthalten sind.

Wenn weiters **F = 4**, werden die geeigneten Töne zwischen den Grenzen **3** und **48** liegen,

und wenn **F = 8**, werden die Grenzen **6** und **96** sein; und auf ähnliche Weise werden sich die Grenzen für die anderen Potenzen der Zwei verhalten, durch die die Taste **F** ausgedrückt wird.

§. 18. Ein System jeder Art von Modi wird also durch eine gegebene Potenz der Zwei definiert, die angenommen wird um die Taste **F** zu bezeichnen.

Und wenn man das annimmt, wird dieselbe Art oft mehrere Systeme besitzen, die aus verschiedenen Ansammlungen von Tönen bestehen.

Ein derartiges System von Tönen, die eine aus einem gegebenen Modus festgelegte gegebene Art enthält, wird von den Musikern gewöhnlich „Ambitus“ genannt.

Dieser bestimmt diejenigen Tasten aus dem diatonisch-chromatischen Geschlecht, die man in der gegebenen Modulation verwenden kann.

Für jeden Modus kennen die Musiker freilich nicht nur einen einzigen Ambitus, sondern man wird aus dem Folgenden verstehen, dass nicht nur jeder beliebige Modus sondern auch jede Art jedes Modus mehrere Systeme oder Ambitus zulässt, durch welche man die Musik immer wieder wunderbar variieren können wird.

§. 19. Damit man also die gesamte Kenntnis aller *species* und *systemata* jedes beliebigen Modus erhält, habe ich die folgende Tabelle angefügt, in der ich die einzelnen oben beschriebenen Modi so ausgebreitet habe, dass ich für die einzelnen Tasten, die den Ton **F** darstellen, die einzelnen Unterarten desselben Modus mit ihren Systemen durchdenke.

In dieser Tabelle erscheinen nicht nur alle Arten jedes Modus, die freilich im Intervall von **4** Oktaven Platz haben, sondern auch alle Systeme, in denen die Tasten mit den gewohnten Bezeichnungen benannt sind.

<i>modus</i> $2^n \cdot 3^3$	<i>species</i>	<i>systemata</i>	
$2^2 \cdot 3^3$	C:F:c:g:c:g:d:g	wenn F = 4	
$2^3 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c:g:c:d:g		
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c:f:g:c:d:g:c		
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c:f:g:c:d:f:g:c		
$2^3 \cdot 3^3$	C:F:G:c:g:c:d:g:d:g	wenn F = 8	
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c:d:g:c:d:g		
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c:d:f:g:c:d:g:c		
$2^6 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c:d:f:g:c:d:f:g:c		
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:g:c:d:g:d:g	wenn F = 16	
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c:d:g:c:d:g		
$2^6 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c:d:f:g:c:d:g:c		
$2^7 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c:d:f:g:c:d:f:g:c		
$2^5 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:g:c:d:g:d:g	wenn F = 32	
$2^6 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c:d:g:c:d:g		
$2^7 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c:d:f:g:c:d:g:c		
$2^8 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c:d:f:g:c:d:f:g:c		

<i>modus</i>	
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	
<i>species</i>	<i>systemata</i>
$3^2 \cdot 5$	F:c:a:g wenn F = 1
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c:a:c:g:a
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c:f:a:c:g:a:ċ
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c:f:a:c:f:g:a:ċ
$3^2 \cdot 5$	c:a:g:e wenn F = 2
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:a:c:g:a:e:g
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c:g:a:c:e:g:a
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c:f:g:a:c:e:g:a:ċ
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c:f:g:a:c:e:f:g:a:ċ
$3^2 \cdot 5$	C:A:g:e:h wenn F = 4
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:A:c:g:a:e:g:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:c:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:c:e:g:a:h
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:e:g:a:h:ċ
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:e:f:g:a:h:ċ
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:G:A:e:g:e:h:h wenn F = 8
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:G:A:c:e:g:a:e:g:h:e:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:g:a:c:e:g:a:h:e:g:h
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:e:g:a:h:c:e:g:a:h
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:ċ
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:ċ
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:e:g:h:e:h:h wenn F = 16
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:c:e:g:a:h:e:g:h:e:h
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:g:a:h:c:e:g:a:h:e:g:h
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:c:e:g:a:h
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:ċ
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:ċ
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:H:e:g:h:e:h:h wenn F = 32
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:H:c:e:g:a:h:e:g:h:e:h
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:e:g:h
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:c:e:g:a:h
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:c:e:g:a:h:ċ
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:c:e:f:g:a:h:ċ

<i>modus</i>		
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2$		
<i>species</i>	<i>systemata</i>	
$3 \cdot 5^2$	C:A:e:cs	wenn F = 4
$2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:c:a:e:cs:e	
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:a:c:e:a:cs:e	
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c:e:a:c:cs:e:a	
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c:e:f:a:c:cs:e:a:ċ	
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c:e:f:a:c:cs:e:f:a:ċ	
$2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:e:cs:e:cs:gs	wenn F = 8
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:c:e:a:cs:e:cs:e:gs	
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:a:c:cs:e:a:c:cs:e:gs	
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c:cs:e:a:c:cs:e:gs:a	
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c:cs:e:f:a:c:cs:e:gs:a:ċ	
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c:cs:e:f:a:c:cs:e:f:gs:a:ċ	
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:A:cs:e:cs:e:gs:cs:gs	wenn F = 16
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:A:c:cs:e:a:cs:e:gs:cs:e:gs	
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:a:c:cs:e:gs:a:cs:e:gs	
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c:cs:e:gs:a:c:cs:e:gs:a	
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:gs:a:ċ	
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:ċ	
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:A:cs:e:gs:cs:e:gs:cs:gs	wenn F = 32
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:A:c:cs:e:gs:a:cs:e:gs:cs:e:gs	
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:A:c:cs:e:gs:a:c:cs:e:gs:a:cs:e:gs	
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:gs:a:c:cs:e:gs:a	
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:gs:a:ċ	
$2^8 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:ċ	
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:cs:e:gs:cs:gs	wenn F = 64
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:Gs:A:c:cs:e:gs:a:cs:e:gs:cs:e:gs	
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:gs:a:c:cs:e:gs:a:cs:e:gs	
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:gs:a:c:cs:e:gs:a	
$2^8 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:gs:a:ċ	
$2^9 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:Gs:A:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:c:cs:e:f:gs:a:ċ	

<i>modus</i>		
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5$		
<i>species</i>	<i>systemata</i>	
$3^3 \cdot 5$	C:A:g:e:d:h	wenn F = 4
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:A:c:g:a:e:g:d:e:h	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:d:e:g:h	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:c:d:e:g:a:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:d:e:g:a:h:č	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:d:e:f:g:a:h:č	
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:G:A:e:g:d:e:h:d:h	wenn F = 8
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:G:A:c:e:g:a:d:e:g:h:d:e:h	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:g:a:c:d:e:g:a:h:d:e:g:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:d:e:g:a:h:c:d:e:g:a:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:g:a:h:č	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:f:g:a:h:č	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:G:A:d:e:g:h:d:e:h:d:fs:h	wenn F = 16
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:G:A:c:d:e:g:a:h:d:e:g:h:d:e:fs:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:g:a:h:c:d:e:g:a:h:d:e:fs:g:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:č	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:č	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:d:e:g:h:d:e:fs:h:d:fs:h	wenn F = 32
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:c:d:e:g:a:h:c:d:e:fs:g:h:d:e:fs:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:d:e:fs:g:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:č	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:č	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:d:e:fs:g:h:d:e:fs:h:d:fs:h	wenn F = 64
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:d:e:fs:g:h:d:e:fs:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:d:e:fs:g:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:č	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:č	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:d:e:fs:g:h:d:e:fs:h:d:fs:h	wenn F = 128
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:d:e:fs:g:h:d:e:fs:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:d:e:fs:g:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:fs:g:a:h:č	
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:c:d:e:f:fs:g:a:h:č	

<i>modus</i>		
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$		
<i>species</i>	<i>systemata</i>	
$3^2 \cdot 5^2$	C:A:g:e:g:cs:h	wenn F = 4
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:A:c:g:a:e:g:cs:e:h	
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:cs:e:g:h	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:c:cs:e:g:a:h	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:cs:e:g:a:h:c	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:f:g:a:c:cs:e:f:g:a:h:c	
$3^2 \cdot 5^2$	G:e:cs:h:gs	wenn F = 8
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:G:A:e:g:cs:e:h:cs:gs:h	
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:G:A:c:e:g:a:cs:e:g:h:cs:e:gs:h	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:g:a:c:cs:e:g:a:h:c:cs:e:g:gs:h	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:cs:e:g:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:cs:e:f:g:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:c	
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c:cs:e:f:g:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c	
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	E:G:cs:e:h:cs:gs:h:gs	wenn F = 16
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:G:A:cs:e:g:h:c:cs:e:gs:h:cs:gs:h	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:G:A:c:cs:e:g:a:h:cs:e:g:gs:h:cs:e:gs:h	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:g:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:cs:e:g:gs:h	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h	
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:c	
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c	
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:H:cs:e:gs:h:cs:gs:h:ds:gs	wenn F = 32
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:A:H:cs:e:g:gs:h:cs:e:gs:h:cs:ds:gs:h	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:cs:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h	
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h	
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c	
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:Gs:H:cs:e:gs:h:cs:ds:gs:h:ds:gs	wenn F = 64
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h	
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h	
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:g:gs:a:h	
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c	
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h:ds:gs	wenn F = 128
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h	
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h	
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h	
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h	
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c	
$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c	

$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:Ds:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h:ds:gs	wenn F = 256
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h	
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:gs:a:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:e:gs:h	
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:gs:a:h:c:cs:ds:e:gs:a:h:cs:ds:e:gs:h	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:c:cs:ds:e:gs:a:h:c:cs:ds:e:gs:a:h	
$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:c:cs:ds:e:gs:a:h:ċ	
$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:c:cs:ds:e:fg:gs:a:h:ċ	

modus

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$

species	systemata	
$3^3 \cdot 5^2$	C:A:g:e:cs:d:h	wenn F = 4
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:A:c:g:a:e:g:cs:d:e:h	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:cs:d:e:g:h	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:cs:d:e:g:a:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:fg:a:cs:d:e:g:a:h:ċ	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:fg:a:cs:d:e:fg:a:h:ċ	
$3^3 \cdot 5^2$	G:e:cs:d:h:gs	wenn F = 8
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:G:A:e:g:cs:d:e:h:cs:d:gs:h	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:G:A:c:e:g:a:cs:d:e:g:h:cs:d:e:gs:h	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:g:a:cs:d:e:g:a:h:cs:d:e:gs:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:fg:a:cs:d:e:g:a:h:c:cs:d:e:gs:a:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:fg:a:cs:d:e:fg:a:h:c:cs:d:e:gs:a:h:ċ	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:fg:a:cs:d:e:fg:a:h:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:ċ	
$3^3 \cdot 5^2$	E:cs:d:h:gs:fs	wenn F = 16
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	E:G:cs:d:e:h:cs:d:gs:h:fs:gs	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:cs:d:e:g:h:cs:d:e:gs:h:cs:d:fs:gs:h	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:c:cs:d:e:g:a:h:cs:d:e:gs:h:cs:d:e:fs:gs:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:cs:d:e:g:a:h:c:cs:d:e:gs:a:h:cs:d:e:fs:gs:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:fg:a:h:c:cs:d:e:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:fg:a:h:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:ċ	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:fg:a:h:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:ċ	
$3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:H:gs:fs:ds	wenn F = 32
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:H:cs:d:gs:h:fs:gs:ds:fs	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:G:H:cs:d:e:gs:h:cs:d:fs:gs:h:ds:fs:gs	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:cs:d:e:gs:h:cs:d:e:fs:gs:h:cs:d:ds:fs:gs:h	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:c:cs:d:e:gs:a:h:cs:d:e:fs:gs:h:cs:d:ds:e:fs:gs:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:cs:d:ds:e:fs:gs:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:ċ	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:fg:gs:a:h:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:ċ	

$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Gs:H:fs:gs:ds:fs:ds:b	wenn F = 64
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:Gs:H:cs:d:fs:gs:h:ds:fs:gs:ds:fs:b	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:Gs:H:cs:d:e:fs:gs:h:cs:d:ds:fs:gs:h:ds:fs:gs:b	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:Gs:A:H:cs:d:e:fs:gs:h:cs:d:ds:e:fs:gs:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:Gs:A:H:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:cs:d:ds:e:fs:gs:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:c:cs:d:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Fs:Gs:H:ds:fs:gs:ds:fs:b:ds:b	wenn F = 128
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:Fs:Gs:H:cs:d:ds:fs:gs:h:ds:fs:gs:b:ds:fs:b	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:Fs:Gs:A:H:cs:d:ds:e:fs:gs:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds:fs:gs:b	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:Fs:Gs:H:ds:fs:gs:b:ds:fs:b:ds:b	wenn F = 256
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:H:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds:fs:gs:b:ds:fs:gs:b	
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds:fs:gs:b	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:A:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h	
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:Fs:Gs:B:H:ds:fs:gs:b:ds:fs:b:ds:b	wenn F = 512
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:B:H:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds:fs:gs:b:ds:fs:b	
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:B:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds:fs:gs:b	
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:A:B:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:fs:gs:b:h	
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Fs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h	
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h	
$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:ċ	
$2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:F:Fs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:ċ	

§. 20. Bei einer musikalischen Komposition aber ist das hier Folgende allgemein zu beachten:

Erstens muss nach der Wahl des Modus sowohl eine bestimmte Art als auch ein System gewählt werden, in dem die Komposition geschehe.

Wenn aber das System festgelegt ist, sind alle Töne, die in dieser musikalischen Komposition auftreten können, so bestimmt, dass es nicht erlaubt ist andere Töne als die bezeichneten heranzuziehen solange man dieses System verwendet; außer wenn zufällig ein Musikinstrument tiefere Töne als C oder höhere als $\bar{\text{c}}$ umfasst. In diesem Fall können auch solche Töne verwendet werden, soweit sie freilich in der Darstellungszahl der Art enthalten sind, was man aus der Darstellungszahl selbst leicht sehen kann.

§. 21. Zuerst tritt in dieser Tabelle der Modus auf, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3$ ist, für dessen Bestimmung der durch 3^3 d.h. **27** ausgedrückte Ton vorhanden sein muss.

Daher existiert kein System dieses Modus für $F = 1$, auch nicht für $F = 2$, weil in diesen Fällen der Ton **27** die obere Grenze $\bar{\text{c}}$ übersteigen würde. Aus diesem Grund wurde gleich $F = 4$ festgesetzt, unter welcher Annahme der Ton 3^3 mit der Taste $\bar{\text{d}}$ ausgedrückt wird.

Außer diesem Ton aber benötigt man auch einen Ton, der durch **1** oder eine Potenz der Zwei ausgedrückt wird, der in dieses Intervall nur fällt, wenn $n = 2$. Also hat das erste System dieses Modus die Darstellungszahl $2^2 \cdot 3^2$, unter der Annahme $F = 4$.

§. 22. Wenn aber $F = 4$ bleibt, lässt dieser Modus vier Systeme zu, deren Darstellungszahlen $2^2 \cdot 3^3$, $2^3 \cdot 3^3$, $2^4 \cdot 3^3$ und $2^5 \cdot 3^3$ sind; und mehr können im Intervall von vier Oktaven nicht wiedergegeben werden. Denn auch wenn man die Darstellungszahl $2^6 \cdot 3^3$ annimmt, werden dennoch genau jene Töne hervorgehen die der Darstellungszahl $2^5 \cdot 3^3$ entsprochen haben, so dass kein anderes System entstehen würde.

Wenn man mit einer ähnlichen Überlegung $F = 8$ annimmt erhält man vier Systeme, und ebenso viele mit der Annahme $F = 16$ und $F = 32$, wo wiederum die Grenze besteht; im letzten System nämlich, dessen Darstellungszahl $2^5 \cdot 3^3$ ist, sind in den einzelnen Oktaven bereits alle einfachen Töne vorhanden, und daher gibt es kein komplexeres System.

§. 23. Daher bestehen im Ganzen **16** Systeme des ersten Modus, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3$ ist.

Der zweite Modus aber, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$ ist, hat **33** Systeme.

Weiters ist **30** die Anzahl der Systeme des dritten Modus, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$ ist.

Diesem folgt der vierte Modus, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$ ist und der von den heutigen Musikern am meisten verwendet wird, in ihm haben **36** verschiedene Systeme Platz.

Im fünften Modus, der in gleicher Weise sehr häufig verwendet zu werden pflegt und die Darstellungszahl $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ hat, sind **48** Systeme.

Der komplexe und bei den heutigen Musikern häufigste sechste Modus schließlich enthält **66** verschiedene Systeme.

Deshalb umfassen alle diese sechs Modi zusammen **229** verschiedene Systeme.

§. 24. Wer die Formen aller dieser Systeme aufmerksamer betrachtet, wird beobachten dass in jedem von ihnen die Oktavintervalle auf verschiedene Weise mit Tönen ausgestattet sind (ausgenommen die letzten Systeme jedes Modus, deren einzelne Oktaven alle einfachen Töne des Modus enthalten und mit der gleichen Anzahl an Tönen ausgefüllt sind).

Die einen Systeme sind aber in der untersten Oktav, andere in den mittleren, andere in der obersten mehr mit Tönen ausgefüllt, woraus man das geeignetste System für einen gegebenen Zusammenklang wählen können wird.

Wer nämlich dem Bass die Hauptteile in der Modulation zuteilen will, braucht ein System, in dessen untersten Oktaven Töne am häufigsten auftreten.

Hingegen wird ein System heranziehen, in dem die obersten Oktaven am meisten mit Tönen ausgestattet sind, wer im Diskant die größte Vielfalt platzieren will.

Wer schließlich in den mittleren Stimmen die größte Bedeutung festgesetzt hat, wird in gleicher Weise für die Aufgabe passende Systeme finden.

Diesen sehr großen Unterschied in den Modi aber scheinen die heutigen Musiker schon irgendwie bemerkt zu haben, durch die Erfahrung eher als durch die Theorie geführt; daher wird diese unsere Aufzählung gerade ihnen nicht wenig an Unterstützung bringen, aus der sie genau erkennen werden, was sie zuvor nur verschwommen errahnt haben.

Verfahren der Komposition in einem gegebenen Modus und einem gegebenen System

§. 1. Die Darstellungszahl eines ganzen Musikstücks ist für gewöhnlich so komplex, dass sie im Ganzen nur wahrgenommen werden kann wenn sie stufenweise bestimmt wird. Deshalb ist ein derartiges Musikstück in mehrere Teile aufzuteilen, deren einzelne einfachere und in der Wahrnehmung leichtere Darstellungszahlen besitzen.

Um also ein ganzes Musikstück zu komponieren ist es notwendig, zuvor die Komposition der Teile darzulegen durch deren Verbindung das gesamte Werk gebaut wird. Die Darstellungszahl eines derartigen Teils ist aber nichts anderes als der *modus musicus*; deswegen ist bei der musikalischen Komposition zuerst die Methode der Komposition in einem gegebenen Modus darzulegen, bevor man zum Komponieren eines gesamten Werks übergehen kann. Wenn man das nämlich erlernt hat, wird hierauf erst zu erklären sein auf welche Weise mehrere derartige Teile untereinander verbunden werden sollen und wie aus ihnen das gesamte Musikstück vollendet werden muss.

§. 2. Weil aber die Lehre von den Modi im vorhergehenden Kapitel nicht nur breiter sondern auch genauer als üblich behandelt und jeder beliebige Modus in seine Arten und Systeme geteilt wurde, ist außer dem Modus auch ein bestimmtes seiner Systeme zu wählen in dem die Komposition geschehen soll. Die Variationen der Modi werden hier freilich nicht betrachtet, weil sie nur durch Transposition entstehen und sich in ihnen die gegenseitige Beziehung der Töne, die in einem beliebigen System auftreten, nicht verändert. Daher wird in allen Systemen die Basis, d.h. der durch die Eins ausgedrückte Ton, die Taste **F** sein, bzw. ein anderer um einige Oktaven tieferer Ton.

§. 3. Nach Wahl also eines für die Aufgabe geeigneten Modus ist es nötig sowohl eine geeignete Art als auch ein geeignetes System zu suchen. Auch wenn dieses vom Gutdünken des Komponierenden abhängt, bestimmt dennoch die Aufgabe selbst gewissermaßen das System, so wie wir das schon im vorigen Kapitel angemerkt haben. Denn je nachdem welcher Oktav er größeres Gewicht zuteilen will, wird er sich einem solchen System widmen in dem genau diese Oktav am reichsten mit Tönen ausgestattet ist. Aber die Kenntnis der oben gegebenen Tabelle allein ist dafür ausreichend, so dass es überflüssig wäre das noch mehr zu verfolgen.

§. 4. Hat man aber ein System eines gegebenen Modus und einer seiner gegebenen Arten festgelegt, sind alle Töne in der obigen Tabelle der Systeme zur Hand, die man bei der Komposition verwenden kann; daher können die zu diesem System beitragenden Töne von fremden unterschieden werden.

Eine ähnliche Begrenzung wird aber auch überhaupt von erfahreneren Musikern beobachtet, wenn ihre Werke nach der Regel unserer Systeme untersucht werden. So ist es offenkundig, dass es ohne Widerspruch zu den Regeln der Harmonie geschehen kann, dass die obere Stimme desselben Musikstücks Dur-, die untere aber Mollklänge verwendet; denn beim Modus mit der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ ist die Art $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$ für das System $F = 32$ so gestaltet, dass in den zwei tieferen Oktaven die Tasten F und f enthalten sind, in den oberen aber $\bar{f}s$ und $\bar{\bar{f}}s$, was Unkundigeren ein gewaltiger Fehler scheinen könnte.

Auf ähnliche Art und Weise werden mehrere andere Kompositionen, die den praktischen Musikern widersprüchlich scheinen könnten auch wenn sie an ihrer Annehmlichkeit nicht zweifeln können, durch diese Tabelle der Systeme anerkannt und mit der wahren Harmonie verbunden werden.

Es kann nämlich überhaupt nicht geschehen, dass irgendeine Modulation annehmlich wäre die nicht zugleich unseren harmonischen Prinzipien entspräche.

§. 5. Wenn man aber ein bestimmtes System angenommen hat, wird die Komposition eine sehr große Vielfalt zulassen. Weil die Komposition nämlich gemacht wird indem man mehrere Konsonanzen in eine Folge bringt, wird sowohl die Ordnung der Konsonanzen als auch die Natur ihrer selbst die höchste und beinahe unbegrenzte Vielfalt hervorbringen.

Denn was die Konsonanzen selbst anbelangt, werden sie entweder alle aus derselben Art oder aus verschiedenen Arten genommen; daraus ergibt sich entweder eine einfache oder eine gemischte Komposition.

Eine Komposition nennen wir an dieser Stelle nämlich „einfach“, wenn sie aus Konsonanzen derselben Art besteht, d.h. von solchen die durch dieselbe Darstellungszahl ausgedrückt sind; „gemischt“ nennen wir sie aber, wenn in ihr Konsonanzen verschiedener Arten angesiedelt sind.

§. 6. Von der einfachen Komposition tritt zuerst diese Art als zu untersuchen auf, die nur aus Einzeltönen besteht; oder, was auf dasselbe hinausläuft, aus Konsonanzen die mit der Darstellungszahl 1 ausgedrückt sind. Eine derartige Komposition wird „einstimmig“ genannt, weil niemals mehr als ein Ton zugleich erzeugt wird; und sie wird auch in komplexen Werken häufig herangezogen, wenn wiederholt einer einzigen Stimme die gesamte Harmonie überlassen wird.

§. 7. Eine solche Komposition aber, die aus reinen Einzeltönen besteht, bietet beinahe keine Schwierigkeit. Hat man nämlich ein System nach Belieben aus der obigen Tabelle angenommen, zeigen sich auf einen Blick alle Töne die man in dieser Komposition verwenden darf. Diese Töne des gewählten Systems also wird jeder nach Gutdünken untereinander mischen und aus ihnen eine passende Melodie formen können; und in dieser Aufgabe ist nichts anderes zu beachten als dass allzu harte Folgen von Tönen vermieden werden – wenn freilich der *exponens* des gewählten Systems sehr komplex ist, denn in einfacheren Systemen sind solche Töne, deren Folge allzu unangenehm wäre, gar nicht vorhanden.

§. 8. Hat man also ein System gewählt, wird es günstig sein, sogleich diejenigen Folgen von Tönen zu vermerken die in der Wahrnehmung schwieriger sind, und sie entweder niemals zu verwenden oder nur dann wenn ein trauriger Affekt hervorgerufen werden soll. Weiters wird auch zur Harmonie nicht wenig an Anmut dazukommen, wenn diejenigen Töne, die dem vorliegenden System eigen sind und in den vorhergehenden einfacheren noch nicht enthalten waren, sparsamer herangezogen werden, wenn hingegen diejenigen öfter auftreten, die dem vorliegenden System mit den einfacheren gemein sind.

§. 9. Wenn aber im gegebenen System eine Reihe von Konsonanzen – sei es derselben sei es verschiedener Arten – zusammenzufügen ist, dann muss man zuvor darlegen, wie und mit welchen Tönen jede beliebige Konsonanz in diesem System auszudrücken sei. Die Konsonanzen werden für uns freilich in Beziehung zu den anderen durch Darstellungszahlen und Indizes bezeichnet, mit denen die sie bildenden Töne bekannt werden; und für ein gegebenes System ist außerdem zu beachten, mit welcher Zahl die Taste **F** ausgedrückt wird. Um eine vorliegende Konsonanz mit den nötigen Tönen darzustellen ist es daher notwendig, außer der Darstellungszahl und dem Index auch die Potenz der Zwei zu beachten, mit der die Taste **F** im angenommenen System bezeichnet werde.

§. 10. Zu diesem Zweck habe ich eine Tabelle angefügt, aus der sogleich klar wird mit welchen Tönen jede beliebige Konsonanz für einen gegebenen Wert der Taste **F** auszudrücken ist. In der ersten Spalte nämlich muss man die Darstellungszahl der Konsonanz mit dem Index suchen; in der zweiten aber den Wert von **F** selbst für das angenommene System, wonach diese zweite Spalte die Form der auszudrückenden Konsonanz zeigen wird. Wenn so die Konsonanz $2^4 \cdot 3 \cdot 5 (3^2)$ im System, in dem **F** durch **32** bezeichnet wird, auszudrücken wäre, wird die Tabelle zeigen dass sie aus folgenden Tönen **D:G:H:d:g:h:d:fs:g:h:d:fs:h** besteht, aus denen diejenigen gewählt werden können, die für die Aufgabe geeignet sind.

Konsonanzen 2ⁿ

Variation 2 ⁿ (1)		Formen
Arten		wenn F = 1
1(1)	F	
2(1)	F:f	
2 ² (1)	F:f:f̄	
2 ³ (1)	F:f:f̄:f̄	
Variation 2 ⁿ (3)		Formen
Arten		wenn F = 1
1(3)	c̄	
2(3)	c̄:c̄	
		wenn F = 2
1(3)	c̄	
2(3)	c̄:c̄	
2 ² (3)	c̄:c̄:c̄	
		wenn F = 4
1(3)	C	
2(3)	C:c̄	
2 ² (3)	C:c̄:c̄	
2 ³ (3)	C:c̄:c̄:c̄	
Variation 2 ⁿ (5)		Formen
Arten		wenn F = 1
1(5)	ā	
2(5)	ā:ā	
		wenn F = 2
1(5)	ā	
2(5)	ā:ā	
2 ² (5)	ā:ā:ā	
		wenn F = 4
1(5)	A	
2(5)	A:ā	
2 ² (5)	A:ā:ā	
2 ³ (5)	A:ā:ā:ā	

<i>Variation</i> $2^n(3^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 1$
$1(3^2)$	$\overline{g}$	
		wenn $F = 2$
$1(3^2)$	$\overline{g}$	
$2(3^2)$	$\overline{g:g}$	
		wenn $F = 4$
$1(3^2)$	$\overline{g}$	
$2(3^2)$	$\overline{g:g}$	
$2^2(3^2)$	$\overline{g:g:g}$	
		wenn $F = 8$
$1(3^2)$	G	
$2(3^2)$	$G:g$	
$2^2(3^2)$	$G:g:g$	
$2^3(3^2)$	$G:g:g:g$	

<i>Variation</i> $2^n(3 \cdot 5)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 2$
$1(3 \cdot 5)$	$\overline{e}$	
		wenn $F = 4$
$1(3 \cdot 5)$	$\overline{e}$	
$2(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e}$	
		wenn $F = 8$
$1(3 \cdot 5)$	$\overline{e}$	
$2(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e}$	
$2^2(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e:e}$	
		wenn $F = 16$
$1(3 \cdot 5)$	E	
$2(3 \cdot 5)$	$E:e$	
$2^2(3 \cdot 5)$	$E:e:e$	
$2^3(3 \cdot 5)$	$E:e:e:e$	

<i>Variation</i> $2^n(5^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 4$
$1(5^2)$	$\overline{cs}$	
		wenn $F = 8$
$1(5^2)$	$\overline{cs}$	
$2(5^2)$	$\overline{cs:cs}$	
		wenn $F = 16$
$1(5^2)$	$\overline{cs}$	
$2(5^2)$	$\overline{cs:cs}$	
$2^2(5^2)$	$\overline{cs:cs:cs}$	
		wenn $F = 32$
$1(5^2)$	Cs	
$2(5^2)$	$Cs:cs$	
$2^2(5^2)$	$Cs:cs:cs$	
$2^3(5^2)$	$Cs:cs:cs:cs$	

Variation $2^n(3^3)$		Formen
Arten		wenn $F = 4$
$1(3^3)$	$\overline{\overline{d}}$	
		wenn $F = 8$
$1(3^3)$	$\overline{d}$	
$2(3^3)$	$\overline{d:d}$	
		wenn $F = 16$
$1(3^3)$	d	
$2(3^3)$	$d:\overline{d}$	
$2^2(3^3)$	$d:d:\overline{d}$	
		wenn $F = 32$
$1(3^3)$	D	
$2(3^3)$	$D:d$	
$2^2(3^3)$	$D:d:\overline{d}$	
$2^3(3^3)$	$D:d:d:\overline{d}$	
Variation $2^n(3^2 \cdot 5)$		Formen
Arten		wenn $F = 4$
$1(3^2 \cdot 5)$	$\overline{\overline{h}}$	
		wenn $F = 8$
$1(3^2 \cdot 5)$	$\overline{h}$	
$2(3^2 \cdot 5)$	$\overline{h:h}$	
		wenn $F = 16$
$1(3^2 \cdot 5)$	h	
$2(3^2 \cdot 5)$	$h:\overline{h}$	
$2^2(3^2 \cdot 5)$	$h:h:\overline{h}$	
		wenn $F = 32$
$1(3^2 \cdot 5)$	H	
$2(3^2 \cdot 5)$	$H:h$	
$2^2(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\overline{h}$	
$2^3(3^2 \cdot 5)$	$H:h:h:\overline{h}$	
Variation $2^n(3 \cdot 5^2)$		Formen
Arten		wenn $F = 8$
$1(3 \cdot 5^2)$	$\overline{\overline{gs}}$	
		wenn $F = 16$
$1(3 \cdot 5^2)$	$\overline{gs}$	
$2(3 \cdot 5^2)$	$\overline{gs:gs}$	
		wenn $F = 32$
$1(3 \cdot 5^2)$	gs	
$2(3 \cdot 5^2)$	$gs:\overline{gs}$	
$2^2(3 \cdot 5^2)$	$gs:gs:\overline{gs}$	
		wenn $F = 64$
$1(3 \cdot 5^2)$	Gs	
$2(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs$	
$2^2(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:\overline{gs}$	
$2^3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:gs:\overline{gs}$	

<i>Variation</i> $2^n(3^3 \cdot 5)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 16$
$1(3^3 \cdot 5)$	$\overline{\overline{f}}s$	
		wenn $F = 32$
$1(3^3 \cdot 5)$	$\overline{f}s$	
$2(3^3 \cdot 5)$	$\overline{f}s:\overline{\overline{f}}s$	
		wenn $F = 64$
$1(3^3 \cdot 5)$	fs	
$2(3^3 \cdot 5)$	$fs:\overline{f}s$	
$2^2(3^3 \cdot 5)$	$fs:\overline{f}s:\overline{\overline{f}}s$	
		wenn $F = 128$
$1(3^3 \cdot 5)$	Fs	
$2(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs$	
$2^2(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs:\overline{f}s$	
$2^3(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs:\overline{f}s:\overline{\overline{f}}s$	
<i>Variation</i> $2^n(3^2 \cdot 5^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 32$
$1(3^2 \cdot 5^2)$	$\overline{\overline{d}}s$	
		wenn $F = 64$
$1(3^2 \cdot 5^2)$	$\overline{d}s$	
$2(3^2 \cdot 5^2)$	$\overline{d}s:\overline{\overline{d}}s$	
		wenn $F = 128$
$1(3^2 \cdot 5^2)$	ds	
$2(3^2 \cdot 5^2)$	$ds:\overline{d}s$	
$2^2(3^2 \cdot 5^2)$	$ds:\overline{d}s:\overline{\overline{d}}s$	
		wenn $F = 256$
$1(3^2 \cdot 5^2)$	Ds	
$2(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds$	
$2^2(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds:\overline{d}s$	
$2^3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds:\overline{d}s:\overline{\overline{d}}s$	
<i>Variation</i> $2^n(3^3 \cdot 5^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 64$
$1(3^3 \cdot 5^2)$	$\overline{\overline{b}}$	
		wenn $F = 128$
$1(3^3 \cdot 5^2)$	$\overline{b}$	
$2(3^3 \cdot 5^2)$	$\overline{b}:\overline{\overline{b}}$	
		wenn $F = 256$
$1(3^3 \cdot 5^2)$	b	
$2(3^3 \cdot 5^2)$	$b:\overline{b}$	
$2^2(3^3 \cdot 5^2)$	$b:\overline{b}:\overline{\overline{b}}$	
		wenn $F = 512$
$1(3^3 \cdot 5^2)$	B	
$2(3^3 \cdot 5^2)$	$B:b$	
$2^2(3^3 \cdot 5^2)$	$B:b:\overline{b}$	
$2^3(3^3 \cdot 5^2)$	$B:b:b:\overline{\overline{b}}$	

Konsonanzen 2ⁿ·3

Variation 2 ⁿ ·3(1)	Arten	Formen
		wenn F = 1
3(1)	F:c̄	
2·3(1)	F:f:c̄:c̄	
2 ² ·3(1)	F:f:c̄:f:c̄:c̄	
2 ³ ·3(1)	F:f:c̄:f:c̄:f:c̄	
		wenn F = 2
2·3(1)	F:c̄:c̄	
2 ² ·3(1)	F:c̄:f:c̄:c̄	
2 ³ ·3(1)	F:c̄:f:c̄:f:c̄:c̄	
2 ⁴ ·3(1)	F:c̄:f:c̄:f:c̄:f:c̄	
		wenn F = 4
2 ² ·3(1)	C:F:c̄:c̄	
2 ³ ·3(1)	C:F:c̄:f:c̄:c̄	
2 ⁴ ·3(1)	C:F:c̄:f:c̄:f:c̄:c̄	
2 ⁵ ·3(1)	C:F:c̄:f:c̄:f:c̄:f:c̄	

Variation 2 ⁿ ·3(3)	Arten	Formen
		wenn F = 1
3(3)	c̄:ḡ	
2·3(3)	c̄:c̄:ḡ	
2 ² ·3(3)	c̄:c̄:ḡ:c̄	
		wenn F = 2
3(3)	c̄:ḡ	
2·3(3)	c̄:c̄:ḡ:ḡ	
2 ² ·3(3)	c̄:c̄:ḡ:c̄:ḡ	
2 ³ ·3(3)	c̄:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄	
		wenn F = 4
3(1)	C:ḡ	
2·3(1)	C:c̄:ḡ:ḡ	
2 ² ·3(1)	C:c̄:ḡ:c̄:ḡ:ḡ	
2 ³ ·3(1)	C:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄:ḡ	
2 ⁴ ·3(1)	C:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄	
		wenn F = 8
2·3(1)	C:G:ḡ	
2 ² ·3(1)	C:G:c̄:ḡ:ḡ	
2 ³ ·3(1)	C:G:c̄:ḡ:c̄:ḡ:ḡ	
2 ⁴ ·3(1)	C:G:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄:ḡ	
2 ⁵ ·3(1)	C:G:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄:ḡ:c̄	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3(5)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 2$
$3(5)$	$a:\bar{e}$	
$2 \cdot 3(5)$	$a:\bar{a}:\bar{e}$	
$2^2 \cdot 3(5)$	$a:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}$	
		wenn $F = 4$
$3(5)$	$A:\bar{e}$	
$2 \cdot 3(5)$	$A:\bar{a}:\bar{e}:\bar{e}$	
$2^2 \cdot 3(5)$	$A:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}$	
$2^3 \cdot 3(5)$	$A:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}$	
		wenn $F = 8$
$2 \cdot 3(5)$	$A:\bar{e}:\bar{e}$	
$2^2 \cdot 3(5)$	$A:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{e}$	
$2^3 \cdot 3(5)$	$A:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}$	
$2^4 \cdot 3(5)$	$A:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}$	
		wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 3(5)$	$E:\bar{A}:\bar{e}:\bar{e}$	
$2^3 \cdot 3(5)$	$E:\bar{A}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{e}$	
$2^4 \cdot 3(5)$	$E:\bar{A}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}$	
$2^5 \cdot 3(5)$	$E:\bar{A}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}:\bar{e}:\bar{a}$	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3(3^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 4$
$3(3^2)$	$g:\bar{d}$	
$2 \cdot 3(3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{d}$	
$2^2 \cdot 3(3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$	
		wenn $F = 8$
$3(3^2)$	$G:\bar{d}$	
$2 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$	
$2^2 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$	
$2^3 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$	
		wenn $F = 16$
$2 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{d}:\bar{d}$	
$2^2 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$	
$2^3 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$	
$2^4 \cdot 3(3^2)$	$G:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$	
		wenn $F = 32$
$2^2 \cdot 3(3^2)$	$D:\bar{G}:\bar{d}:\bar{d}$	
$2^3 \cdot 3(3^2)$	$D:\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$	
$2^4 \cdot 3(3^2)$	$D:\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$	
$2^5 \cdot 3(3^2)$	$D:\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3(3 \cdot 5)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 4$
$3(3 \cdot 5)$	$\overline{e:h}$	
$2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e:h}$	
		wenn $F = 8$
$3(3 \cdot 5)$	$\overline{e:h}$	
$2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e:h:h}$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{e:e:h:e:h}$	
		wenn $F = 16$
$3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:h}$	
$2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:e:h:h}$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:e:h:e:h:h}$	
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:e:h:e:h:e:h}$	
		wenn $F = 32$
$2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:H:h}$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:H:e:h:h}$	
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:H:e:h:e:h:h}$	
$2^4 \cdot 3(3 \cdot 5)$	$\overline{E:H:e:h:e:h:e:h}$	
<i>Variation</i> $2^n \cdot 3(5^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 8$
$3(5^2)$	$\overline{cs:gs}$	
$2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{cs:cs:gs}$	
		wenn $F = 16$
$3(5^2)$	$\overline{cs:gs}$	
$2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{cs:cs:gs:gs}$	
$2^2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{cs:cs:gs:cs:gs}$	
		wenn $F = 32$
$3(5^2)$	$\overline{Cs:gs}$	
$2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:cs:gs:gs}$	
$2^2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:cs:gs:cs:gs:gs}$	
$2^3 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:cs:gs:cs:gs:cs:gs}$	
		wenn $F = 64$
$2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:Gs:gs}$	
$2^2 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:Gs:cs:gs:gs}$	
$2^3 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:Gs:cs:gs:cs:gs:gs}$	
$2^4 \cdot 3(5^2)$	$\overline{Cs:Gs:cs:gs:cs:gs:cs:gs}$	

Variation $2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5)$		Formen
Arten		wenn $F = 16$
$3(3^2 \cdot 5)$	$h:\bar{f}s$	
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$h:h:\bar{f}s$	
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$h:h:\bar{f}s:h$	
		wenn $F = 32$
$3(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s$	
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:\bar{f}s$	
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s$	
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h$	
		wenn $F = 64$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s:\bar{f}s$	
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:\bar{f}s$	
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s$	
$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h$	
		wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs:H:\bar{f}s:\bar{f}s$	
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs:H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:\bar{f}s$	
$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs:H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s$	
$2^5 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	$Fs:H:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h:\bar{f}s:h$	
Variation $2^n \cdot 3(3 \cdot 5^2)$		Formen
Arten		wenn $F = 32$
$3(3 \cdot 5^2)$	$gs:\bar{d}s$	
$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$gs:gs:\bar{d}s$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$gs:gs:\bar{d}s:gs$	
		wenn $F = 64$
$3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:\bar{d}s$	
$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:\bar{d}s:\bar{d}s$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:\bar{d}s:gs:gs$	
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs$	
		wenn $F = 128$
$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:\bar{d}s:\bar{d}s$	
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:\bar{d}s$	
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s$	
$2^4 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs$	
		wenn $F = 256$
$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Ds:Gs:\bar{d}s:\bar{d}s$	
$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Ds:Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:\bar{d}s$	
$2^4 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Ds:Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s$	
$2^5 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$Ds:Gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs:\bar{d}s:gs$	

Variation $2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	Formen
Arten	wenn $F = 64$
$3(3^2 \cdot 5^2)$	$\overline{ds}:\overline{b}$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$\overline{ds}:\overline{ds}:\overline{b}$
	wenn $F = 128$
$3(3^2 \cdot 5^2)$	$ds:\overline{b}$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$ds:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{b}$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$ds:\overline{ds}:\overline{b}:\overline{ds}:\overline{b}$
	wenn $F = 256$
$3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:b$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds:b:\overline{b}$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds:b:ds:\overline{b}:\overline{b}$
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:ds:b:ds:b:ds:\overline{b}$
	wenn $F = 512$
$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:B:b$
$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:B:ds:b:\overline{b}$
$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:B:ds:b:ds:\overline{b}:\overline{b}$
$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$Ds:B:ds:b:ds:b:ds:\overline{b}$

Konsonanzen $2^n \cdot 5$

Variation $2^n \cdot 5(1)$	Formen
Arten	wenn $F = 1$
$5(1)$	$F:\overline{a}$
$2 \cdot 5(1)$	$F:f:\overline{a}:\overline{a}$
$2^2 \cdot 5(1)$	$F:f:f:\overline{a}:\overline{a}$
$2^3 \cdot 5(1)$	$F:f:f:f:\overline{a}:\overline{a}$
	wenn $F = 2$
$2 \cdot 5(1)$	$F:\overline{a}:\overline{a}$
$2^2 \cdot 5(1)$	$F:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$
$2^3 \cdot 5(1)$	$F:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$
$2^4 \cdot 5(1)$	$F:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$
	wenn $F = 4$
$2^2 \cdot 5(1)$	$F:A:\overline{a}:\overline{a}$
$2^3 \cdot 5(1)$	$F:A:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$
$2^4 \cdot 5(1)$	$F:A:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$
$2^5 \cdot 5(1)$	$F:A:f:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}:\overline{a}$

Variation $2^n \cdot 5(3)$		Formen
Arten		wenn $F = 2$
5(3)	$c:\overline{e}$	
$2 \cdot 5(3)$	$c:\overline{c}:\overline{e}$	
$2^2 \cdot 5(3)$	$c:\overline{c}:\overline{c}:\overline{e}$	
		wenn $F = 4$
5(3)	$C:\overline{e}$	
$2 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^2 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^3 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{c}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}$	
		wenn $F = 8$
$2 \cdot 5(3)$	$C:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^2 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^3 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^4 \cdot 5(3)$	$C:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}$	
		wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 5(3)$	$C:\overline{E}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^3 \cdot 5(3)$	$C:\overline{E}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^4 \cdot 5(3)$	$C:\overline{E}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{e}$	
$2^5 \cdot 5(3)$	$C:\overline{E}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}:\overline{c}:\overline{e}$	
Variation $2^n \cdot 5(5)$		Formen
Arten		wenn $F = 4$
5(5)	$A:\overline{cs}$	
$2 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{cs}$	
$2^2 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{a}:\overline{cs}$	
$2^3 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}$	
		wenn $F = 8$
$2 \cdot 5(5)$	$A:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^2 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^3 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}$	
$2^4 \cdot 5(5)$	$A:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}$	
		wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 5(5)$	$A:\overline{cs}:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^3 \cdot 5(5)$	$A:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^4 \cdot 5(5)$	$A:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}$	
$2^5 \cdot 5(5)$	$A:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}$	
		wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 5(5)$	$Cs:\overline{A}:\overline{cs}:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^4 \cdot 5(5)$	$Cs:\overline{A}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{cs}$	
$2^5 \cdot 5(5)$	$Cs:\overline{A}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}$	
$2^6 \cdot 5(5)$	$Cs:\overline{A}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}:\overline{cs}:\overline{a}$	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 5(3^2)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 4$
$5(3^2)$	$g:\bar{h}$	
$2 \cdot 5(3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{h}$	
$2^2 \cdot 5(3^2)$	$g:\bar{g}:\bar{g}:\bar{h}$	
		wenn $F = 8$
$5(3^2)$	$G:\bar{h}$	
$2 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^2 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^3 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}$	
		wenn $F = 16$
$2 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^2 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^3 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^4 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}$	
		wenn $F = 32$
$2^2 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{H}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^3 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{H}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^4 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{H}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{h}$	
$2^5 \cdot 5(3^2)$	$G:\bar{H}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{g}:\bar{h}$	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 5(3 \cdot 5)$		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 8$
$5(3 \cdot 5)$	$e:\bar{g}s$	
$2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$e:e:\bar{g}s$	
$2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$e:e:e:\bar{g}s$	
		wenn $F = 16$
$5(3 \cdot 5)$	$E:\bar{g}s$	
$2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:e:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:e:\bar{g}s:e:\bar{g}s$	
		wenn $F = 32$
$2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:gs:\bar{g}s$	
$2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:gs:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:gs:e:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^4 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:gs:e:\bar{g}s:e:\bar{g}s$	
		wenn $F = 64$
$2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:gs:\bar{g}s$	
$2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:e:gs:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^4 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:e:gs:e:\bar{g}s:\bar{g}s$	
$2^5 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:e:gs:e:\bar{g}s:e:\bar{g}s$	

<i>Variation</i> $2^n \cdot 5(3^3)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 16$
$5(3^3)$	$d:\bar{f}s$
$2 \cdot 5(3^3)$	$d:\bar{d}:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 5(3^3)$	$d:\bar{d}:\bar{d}:\bar{f}s$
	wenn $F = 32$
$5(3^3)$	$D:\bar{f}s$
$2 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s$
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^4 \cdot 5(3^3)$	$D:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s$
	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 5(3^3)$	$D:F_s:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 5(3^3)$	$D:F_s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^4 \cdot 5(3^3)$	$D:F_s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^5 \cdot 5(3^3)$	$D:F_s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{d}:\bar{f}s$
<i>Variation</i> $2^n \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 64$
$5(3^2 \cdot 5)$	$fs:\bar{b}$
$2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$fs:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$fs:\bar{f}s:\bar{f}s:\bar{b}$
	wenn $F = 128$
$5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:\bar{b}$
$2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:\bar{b}:\bar{b}$
$2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{f}s:\bar{b}$
	wenn $F = 256$
$2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:b:\bar{b}$
$2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:b:\bar{b}:\bar{b}$
$2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^4 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{f}s:\bar{b}$
	wenn $F = 512$
$2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:B:b:\bar{b}$
$2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{b}:\bar{b}$
$2^4 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^5 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$Fs:B:fs:b:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{f}s:\bar{b}$

Konsonanzen $2^n \cdot 3^2$

Variation $2^n \cdot 3^2(1)$	Formen
Arten	wenn $F = 1$
$3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{g}$
$2 \cdot 3^2(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{g}$
$2^2 \cdot 3^2(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}$
$2^3 \cdot 3^2(1)$	$F:f:\bar{c}:\bar{f}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}$
	wenn $F = 2$
$2 \cdot 3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{g}$
$2^2 \cdot 3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}$
$2^3 \cdot 3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}$
$2^4 \cdot 3^2(1)$	$F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}$
	wenn $F = 4$
$2^2 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{g}$
$2^3 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}$
$2^4 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}$
$2^5 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}$
	wenn $F = 8$
$2^3 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{G}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{g}$
$2^4 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{G}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}$
$2^5 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{G}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}$
$2^6 \cdot 3^2(1)$	$C:F:\bar{G}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{f}:\bar{g}:\bar{c}$

Variation $2^n \cdot 3^2(3)$	Formen
Arten	wenn $F = 4$
$3^2(3)$	$C:\bar{g}:\bar{d}$
$2 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{c}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$
$2^2 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$
$2^3 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}$
	wenn $F = 8$
$2 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$
$2^2 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$
$2^3 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$
$2^4 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}$
	wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$
$2^3 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$
$2^4 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$
$2^5 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}$
	wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{D}:\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{d}$
$2^4 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{D}:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}$
$2^5 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{D}:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}$
$2^6 \cdot 3^2(3)$	$C:\bar{D}:\bar{G}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{d}:\bar{g}$

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3^2(5)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 4$
$3^2(5)$	A:e:h
$2 \cdot 3^2(5)$	A:a:e:h
$2^2 \cdot 3^2(5)$	A:a:e:a:h
$2^3 \cdot 3^2(5)$	A:a:e:a:a:h
	wenn $F = 8$
$2 \cdot 3^2(5)$	A:e:h:h
$2^2 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:h:e:h
$2^3 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:a:h:e:h
$2^4 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:e:a:h:e:h
	wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 3^2(5)$	E:A:e:h:e:h
$2^3 \cdot 3^2(5)$	E:A:e:a:h:e:h
$2^4 \cdot 3^2(5)$	E:A:e:a:h:e:a:h
$2^5 \cdot 3^2(5)$	E:A:e:a:h:e:a:h:e:h
	wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 3^2(5)$	E:A:H:e:h:e:h
$2^4 \cdot 3^2(5)$	E:A:H:e:a:h:e:h
$2^5 \cdot 3^2(5)$	E:A:H:e:a:h:e:a:h
$2^6 \cdot 3^2(5)$	E:A:H:e:a:h:e:a:h:e:h

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 16$
$3^2(3 \cdot 5)$	E:h:fs
$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:e:h:h:fs
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:e:h:e:h:fs:h
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:e:h:e:h:e:fs:h
	wenn $F = 32$
$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:h:fs:fs
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:h:fs:h:fs
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:h:e:fs:h:fs:h
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:h:e:fs:h:e:fs:h
	wenn $F = 64$
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:fs:h:fs:fs
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:fs:h:fs:h:fs
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:fs:h:e:fs:h:fs:h
$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:H:e:fs:h:e:fs:h:e:fs:h
	wenn $F = 128$
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:Fs:H:fs:h:fs:fs
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:Fs:H:e:fs:h:fs:h:fs
$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:Fs:H:e:fs:h:e:fs:h:fs:h
$2^6 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E:Fs:H:e:fs:h:e:fs:h:e:fs:h

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3^2(5^2)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 32$
$3^2(5^2)$	Cs:gs:ds
$2 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:gs:ds
$2^2 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:cs:gs:ds:gs
$2^3 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:cs:gs:cs:gs:cs:ds:gs
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:gs:ds:ds
$2^2 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:ds:gs:ds
$2^3 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs:ds:gs:ds:gs
$2^4 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs
	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:ds:gs:ds:ds
$2^3 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:ds:gs:ds
$2^4 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:ds:gs
$2^5 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs
	wenn $F = 256$
$2^3 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Ds:Gs:ds:gs:ds:ds
$2^4 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:ds:gs:ds
$2^5 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:ds:gs
$2^6 \cdot 3^2(5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs
<i>Variation</i> $2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 64$
$3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:b
$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds:ds:b
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds:gs:ds:b
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds:gs:ds:gs:b
	wenn $F = 128$
$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:ds:b:b
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds:b:ds:b
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds:gs:b:ds:b
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds:gs:b:ds:gs:b
	wenn $F = 256$
$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:b:ds:b:b
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds:b:ds:b
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:b
$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:gs:b
	wenn $F = 512$
$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:b:ds:b:b
$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds:b:ds:b
$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:b
$2^6 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:gs:b

Konsonanzen $2^n \cdot 3 \cdot 5$

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(1)$	Arten	Formen
		wenn $F = 1$
	$3 \cdot 5(1)$	$F:c:a$
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:f:c:a:c:a$
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:f:c:f:a:c:a$
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:f:c:f:a:c:f:a:c$
		wenn $F = 2$
	$3 \cdot 5(1)$	$c:a:e$
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:c:a:c:a:e$
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:c:f:a:c:a:c:e:a$
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:c:f:a:c:f:a:c:e:a:c$
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$F:c:f:a:c:f:a:c:e:f:a:c$
		wenn $F = 4$
	$3 \cdot 5(1)$	$C:A:e$
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:A:c:a:e$
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:a:c:e:a$
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:f:a:c:e:a:c$
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:f:a:c:e:f:a:c$
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:f:a:c:e:f:a:c$
		wenn $F = 8$
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:A:e:e$
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:A:c:e:a:e$
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:e:a:c:e$
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:e:f:a:c:e:a$
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:F:A:c:e:f:a:c:e:f:a:c$
		wenn $F = 16$
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:E:A:e$
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:E:A:c:e:a:e$
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:E:F:A:c:e:a:c:e$
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$C:E:F:A:c:e:f:a:c:e:a$

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(3)$	Formen
Arten	wenn $F = 2$
$3 \cdot 5(3)$	$c:\bar{g}:\bar{e}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$c:c:\bar{g}:\bar{e}:\bar{g}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$c:c:\bar{g}:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}$
	wenn $F = 4$
$3 \cdot 5(3)$	$C:g:\bar{e}:\bar{h}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:c:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{e}:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:c:g:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:c:g:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 8$
$3 \cdot 5(3)$	$G:e:\bar{h}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:G:e:g:\bar{e}:\bar{h}:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:G:c:e:g:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:G:c:e:g:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:G:c:e:g:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 16$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$E:G:e:h:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:c:e:g:h:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 32$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$E:G:H:e:h:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:H:e:g:h:\bar{e}:\bar{h}:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:H:c:e:g:h:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{h}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$C:E:G:H:c:e:g:h:c:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{e}:\bar{g}:\bar{h}$

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(5)$	Formen
Arten	wenn $F = 4$
$3 \cdot 5(5)$	A:e:cs
$2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:a:e:cs:e
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:a:e:a:cs:e
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:a:e:a:cs:e:a
	wenn $F = 8$
$3 \cdot 5(5)$	e:cs:gs
$2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:e:cs:e:cs:gs
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:e:a:cs:e:cs:e:gs
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:e:a:cs:e:a:cs:e:gs
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	A:e:a:cs:e:a:cs:e:gs:a
	wenn $F = 16$
$3 \cdot 5(5)$	E:cs:gs
$2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:cs:e:cs:gs:gs
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:cs:e:gs:cs:gs
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs:e:gs:cs:e:gs
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs:e:gs:a:cs:e:gs
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs:e:gs:a:cs:e:gs:a
	wenn $F = 32$
$2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:cs:gs:gs
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:cs:e:gs:cs:gs:gs
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:cs:e:gs:cs:gs
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:a:cs:e:gs:cs:e:gs
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:a:cs:e:gs:a:cs:e:gs
	wenn $F = 64$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:cs:gs:gs
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:cs:e:gs:cs:gs:gs
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:cs:e:gs:gs
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:a:cs:e:gs:cs:e:gs

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	Formen
Arten	wenn $F = 4$
$3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{g}:\bar{d}:\bar{h}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{g}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{g}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 8$
$3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{d}:\bar{h}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{g}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 16$
$3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{d}:\bar{h}:\bar{f}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{G}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 32$
$3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{H}:\bar{f}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}$
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{H}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{f}s$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$
	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{F}s:\bar{H}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{F}s:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{f}s:\bar{f}s$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{F}s:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{f}s$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	$\bar{D}:\bar{F}s:\bar{G}:\bar{H}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{g}:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}:\bar{d}:\bar{f}s:\bar{h}$

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	Formen
Arten	wenn $F = 8$
$3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$e:\bar{h}:\bar{g}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$e:e:\bar{h}:\bar{g}s:\bar{h}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$e:e:\bar{h}:e:\bar{g}s:\bar{h}$
	wenn $F = 16$
$3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:h:\bar{g}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:h:\bar{g}s:h:\bar{g}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:h:e:\bar{g}s:h:\bar{g}s:\bar{h}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:e:h:e:\bar{g}s:h:e:\bar{g}s:\bar{h}$
	wenn $F = 32$
$3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$H:g:s\bar{d}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:H:g:s:h:g:s\bar{d}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:H:e:g:s:h:g:s:h:\bar{d}s:g\bar{s}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:H:e:g:s:h:e:g:s:h:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:H:e:g:s:h:e:g:s:h:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}$
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$Gs:H:g:s\bar{d}s:\bar{d}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:g:s:h:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{d}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:e:g:s:h:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:e:g:s:h:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:e:g:s:h:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}$
	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$Gs:H:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{d}s:\bar{d}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{d}s$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$E:Gs:H:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}$
	wenn $F = 256$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$Ds:Gs:H:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{d}s:\bar{d}s$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$Ds:E:Gs:H:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{d}s$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$Ds:E:Gs:H:\bar{d}s:e:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}:\bar{h}:\bar{d}s:g\bar{s}$

Variation $2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	Formen
Arten	wenn $F = 32$
$3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:\bar{f}s:\bar{d}s$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:\bar{d}s:\bar{f}s$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:h:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:h$
	wenn $F = 64$
$3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$f s:\bar{d}s:\bar{b}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:f s:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{d}s:\bar{b}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:f s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:f s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$H:f s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h$
	wenn $F = 128$
$3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:\bar{d}s:\bar{b}$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{b}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h$
	wenn $F = 256$
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{b}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$
	wenn $F = 512$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:B:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:B:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{b}:\bar{b}$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:B:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{b}$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$D s:F s:B:H:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:h:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}:\bar{d}s:\bar{f}s:\bar{b}$

Konsonanzen $2^n \cdot 5^2$

<i>Variation $2^n \cdot 5^2(1)$</i>		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 4$
$2^2 \cdot 5^2(1)$	F:A:a:ā:cs	
$2^3 \cdot 5^2(1)$	F:A:f:a:ā:cs:ā	wenn $F = 8$
$2^3 \cdot 5^2(1)$	F:A:a:cs:ā:cs	
<i>Variation $2^n \cdot 5^2(3)$</i>		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 8$
$2 \cdot 5^2(3)$	C:e:ē:gs	
$2^2 \cdot 5^2(3)$	C:c:e:ē:ē:gs	
$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:c:e:c:ē:ē:gs	wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 5^2(3)$	C:E:ē:ē:gs:gs	
$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:E:c:ē:ē:gs:ē:gs	wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:E:ē:gs:ē:gs:gs	
<i>Variation $2^n \cdot 5^2(3^2)$</i>		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 32$
$2^2 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:h:h:ds	
$2^3 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:g:h:h:ds:h	wenn $F = 64$
$2^3 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:h:h:ds:h	
<i>Variation $2^n \cdot 5^2(3^3)$</i>		<i>Formen</i>
<i>Arten</i>		wenn $F = 64$
$2 \cdot 5^2(3^3)$	D:fs:fs:b	
$2^2 \cdot 5^2(3^3)$	D:d:fs:fs:fs:b	
$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:d:fs:d:fs:fs:b	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:fs:fs:b:b	
$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:d:fs:fs:b:fs:b	wenn $F = 256$
$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:fs:b:fs:b:b	

Konsonanzen $2^n \cdot 3^3$

Variation $2^n \cdot 3^3(1)$	Formen
Arten	wenn $F = 4$
$2^2 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:g:c:g:d:g
$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c:g:c:d:g
$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c:f:g:c:d:g:c
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c:f:g:c:d:f:g:c
	wenn $F = 8$
$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:g:c:d:g:d:g
$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c:d:g:c:d:g
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c:d:f:g:c:d:g:c
	wenn $F = 16$
$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:d:g:c:d:g:d:g
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:d:f:g:c:d:g:c:d:g
	wenn $F = 32$
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:D:F:G:c:d:g:c:d:g:d:g

Variation $2^n \cdot 3^3(5)$	Formen
Arten	wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:h:e:h:fs:h
$2^3 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e:h:e:fs:h
$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e:a:h:e:fs:h
$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e:a:h:e:fs:a:h
	wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:h:e:fs:h:fs:h
$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:a:h:e:fs:h:e:fs:h
$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:a:h:e:fs:a:h:e:fs:h
	wenn $F = 64$
$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:fs:h:e:fs:h:fs:h
$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:fs:a:h:e:fs:h:e:fs:h
	wenn $F = 128$
$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:Fs:A:H:e:fs:h:e:fs:h:fs:h

<i>Variation $2^n \cdot 3^3 (5^2)$</i>	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:gs:ds:ds:b
$2^2 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:ds:gs:ds:b
$2^3 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs:ds:gs:ds:gs:b
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:b
	wenn $F = 128$
$2^2 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:ds:gs:ds:b:ds:b
$2^3 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:ds:gs:b:ds:b
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:b:ds:gs:b
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs:ds:gs:b:cs:ds:gs:b
	wenn $F = 256$
$2^3 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Ds:Gs:ds:gs:b:ds:b:ds:b
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:b
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:cs:ds:gs:b:cs:ds:gs:b
	wenn $F = 512$
$2^4 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds:b:ds:b
$2^5 \cdot 3^3 (5^2)$	Cs:Ds:Gs:B:cs:ds:gs:b:ds:gs:b:ds:b

Konsonanzen $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$

<i>Variation $2^n \cdot 3^2 \cdot 5(1)$</i>	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 1$
$3^2 \cdot 5(1)$	F:c:a:g
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c:a:c:g:a
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c:f:a:c:g:a:c
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c:f:a:c:f:g:a:c
	wenn $F = 2$
$3^2 \cdot 5(1)$	c:a:g:e
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:a:c:g:a:e:g
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c:g:a:c:e:g:a
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c:f:g:a:c:e:g:a:c
	wenn $F = 4$
$3^2 \cdot 5(1)$	C:A:g:e:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:A:c:g:a:e:g:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:c:e:g:a:h
	wenn $F = 8$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:e:h:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:c:e:g:a:e:g:h:e:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:G:A:c:e:g:a:c:e:g:a:h:e:g:h
	wenn $F = 16$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:E:G:A:e:g:h:e:g:h:e:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:E:G:A:c:e:g:a:h:e:g:h:e:h
	wenn $F = 32$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:E:G:A:H:e:g:h:e:h:h

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 4$
$3^2 \cdot 5(3)$	C:g:e:d:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:e:g:d:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:c:e:g:d:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:c:e:g:c:d:e:g:h
	wenn $F = 8$
$3^2 \cdot 5(3)$	G:e:d:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:e:g:d:e:h:d:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:d:e:g:h:d:e:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c:d:e:g:h:d:e:g:h
	wenn $F = 16$
$3^2 \cdot 5(3)$	E:d:h:fs
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	E:G:d:e:h:d:h:fs
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:E:G:d:e:g:h:d:e:h:d:fs:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:E:G:c:d:e:g:h:d:e:g:h:d:e:fs:h
	wenn $F = 32$
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:H:d:h:fs:fs
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:G:H:d:e:h:d:fs:h:fs
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:D:E:G:H:d:e:g:h:d:e:fs:h:d:fs:h
	wenn $F = 64$
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:H:d:fs:h:fs:fs
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:G:H:d:e:fs:h:d:fs:h:fs
	wenn $F = 128$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:Fs:H:d:fs:h:fs:fs

Konsonanzen $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 4$
$3 \cdot 5^2(1)$	C:A:e:cs
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	C:A:c:a:e:cs:e
	wenn $F = 8$
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	C:A:e:cs:e:cs:gs

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 8$
$3 \cdot 5^2(3)$	G:e:h:gs
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	C:G:e:g:e:h:gs:h
	wenn $F = 16$
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	E:G:e:h:gs:h:gs

<i>Variation</i> $2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	<i>Formen</i>
<i>Arten</i>	wenn $F = 32$
$3 \cdot 5^2(3^2)$	D:H:fs:ds
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	D:H:d:h:fs:ds:fs
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	D:H:fs:ds:fs:ds:h

Konsonanzen $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$	
Variation $2^n \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	Formen
Arten	wenn $F = 4$
$3^3 \cdot 5(1)$	C:A:g:e:d:h
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	C:A:c:g:a:e:g:d:e:h
	wenn $F = 8$
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:d:e:h:d:h
Variation $2^n \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	Formen
Arten	wenn $F = 16$
$3^3 \cdot 5(5)$	E:cs:h:gs:fs
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	E:cs:e:h:cs:gs:h:fs:gs
	wenn $F = 32$
$3^3 \cdot 5(5)$	Cs:H:gs:fs:ds
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	Cs:E:H:cs:gs:h:fs:gs:ds:fs
	wenn $F = 64$
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	Cs:Gs:H:fs:gs:ds:fs:ds

§. 11. Auf diese Weise werden aus dieser Tabelle alle Konsonanzen, die den zwölften Grad der Annehmlichkeit nicht überschreiten, in einem gegebenen System ausgedrückt werden können.

Die komplexeren Konsonanzen aber habe ich ausgelassen, einerseits weil sie auch bei den Musikern seltener auftreten, andererseits weil die Harmonie durch sie eher getrübt als vollendet wird. Außerdem ist in den in dieser Tabelle dargestellten Konsonanzen eine so große Vielfalt enthalten und auch so viele Arten von „Dissonanzen“, wie sie von den Musikern genannt werden, dass es nicht nur überflüssig sondern auch der Harmonie schädlich wäre noch andere komplexere Konsonanzen hinzuzuziehen.

§. 12. Außerdem aber könnte die Tabelle aus diesem Kapitel unvollständig scheinen, weil mit den Darstellungszahlen der Konsonanzen keine anderen Indizes als ungerade verbunden sind; aber das steht dem nicht entgegen, dass auch solche Konsonanzen mit Hilfe dieser Tabelle ausgedrückt werden können, die gerade Indizes besitzen.

Sei nämlich die Konsonanz $E(2i)$ für das System $F = 2^n$ auszudrücken, wo E die Darstellungszahl (*exponens*), i aber eine ungerade Zahl bezeichne; dann suche man die Form der Konsonanz $E(i)$ für das System $F = 2^n$, und alle Töne sollen um eine Oktav höher genommen werden; oder, was das gleiche ist, man nehme die Form der Konsonanz $E(i)$ für das System $F = 2^{n-1}$.

§. 13. Auf ähnliche Weise nehme man, wenn die Konsonanz $E(4i)$ und $F = 2^n$ auszudrücken ist, aus der Tabelle entweder die Konsonanz $E(i)$ für $F = 2^n$ und lege die einzelnen Töne zwei Oktaven höher, oder für das Gesuchte wird es auch

reichen, die Konsonanz $E(i)$ für $F = 2^{n-2}$ zu nehmen.

In gleicher Weise wird auch die Konsonanz $E(2^m i)$ für den Fall $F = 2^n$ mit Hilfe der Tabelle dargestellt werden können, indem man aus der Tabelle die Konsonanz $E(i)$ für den Fall $F = 2^{n-m}$ nimmt; oder wenn dieser Fall $F = 2^{n-m}$ nicht in der Tabelle gefunden wird, dann nehme man die Konsonanz $E(i)$ für das System $F = 2^n$ und lege die einzelnen Töne um m Oktaven höher.

§. 14. Wann immer also eine auszudrückende Konsonanz auftritt deren Index eine gerade Zahl ist, dann ist der Index durch eine so große Potenz der Zwei zu dividieren dass sie ungerade wird, darauf ist der Wert von F selbst im angenommenen System durch dieselbe Potenz der Zwei zu dividieren. Wenn so für das System, in dem $F = 32$, die Konsonanz $2^3 \cdot 3 \cdot 5(12)$ gesucht wird, dividiere man 12 und 32 durch 4 und setze die Ergebnisse 3 und 8 an ihre Stelle, so dass die gesuchte Konsonanz hervorgehen wird, wenn man unter dem Wert $F = 8$ die Konsonanz $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ sucht, die nach der Tabelle $C:\overline{G}:c:\overline{e}:\overline{g}:\overline{e}:\overline{g}:\overline{h}$ sein wird.

§. 15. Wenn aber der Darstellungszahl der Konsonanz mit dem Index in der Tabelle kein so großer Wert von F entspricht wie er sich im System befindet in dem die Komposition unternommen wird, dann kann diese Konsonanz aufgrund der zu tiefen Töne, die auf Instrumenten nicht vorhanden sind, gar nicht ausgedrückt werden.

Damit aber wenigstens eine ähnliche Konsonanz dennoch ausgedrückt werden kann, ist es notwendig den Index entweder mit 2 oder mit einer anderen Potenz der Zwei zu multiplizieren, bis der Wert von F aus dem angenommenen System dividiert durch jene Potenz der Zwei in der Tabelle gefunden wird.

Wenn so $F = 64$, kann die Konsonanz $2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$ nicht mit den gewohnten Tönen ausgedrückt werden, deswegen wird sie durch die Konsonanz $2^3 \cdot 3 \cdot 5(4)$ ersetzt werden können, die mit der Konsonanz $2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$ im System $F = 16$ übereinstimmt, und die $C:\overline{E}:A:c:\overline{e}:\overline{a}:\overline{e}:\overline{e}$ sein wird.

§. 16. Nachdem dies über die Bildung der Konsonanzen erklärt ist, wollen wir zur konkreten Methode des Komponierens in einem gegebenen System weitergehen. Wie aber die Darstellungszahl des Systems alle einfachen Töne bestimmt die in diesem System Platz finden, so bestimmt jene Darstellungszahl selbst auch alle Konsonanzen die zum System beitragen. Denn andere Konsonanzen können nicht auftreten, als die deren Darstellungszahlen multipliziert mit ihren Indizes in der Darstellungszahl des Systems enthalten sind, d.h. die Teiler dieser Darstellungszahl des Systems sind; so wird es einfach sein, alle Konsonanzen zu bezeichnen, die im gegebenen System Platz haben.

§. 17. Vor allem anderen aber ist zu bestimmen, ob es passt eine einzelne Gattung oder verschiedene zu verwenden, damit alle in einem vorgelegten System befindlichen Konsonanzen leichter aufgezählt werden können. Es gibt aber die folgenden zehn Gattungen von Konsonanzen:

I.	2^n		VI.	$2^n \cdot 5^2$
II.	$2^n \cdot 3$		VII.	$2^n \cdot 3^3$
III.	$2^n \cdot 5$		VIII.	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5$
IV.	$2^n \cdot 3^2$		IX.	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2$
V.	$2^n \cdot 3 \cdot 5$		X.	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5$

Denn es werden die zwei restlichen Gattungen ausgeschlossen, nämlich $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ und $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$, weil sie keine Konsonanzen bieten die den zwölften Grad nicht überschreiten.

§. 18. Wenn man eine oder mehrere dieser Gattungen gewählt hat, ist zu untersuchen wie viele Arten und wie viele Variationen in der Darstellungszahl des Systems enthalten sind. Die Arten jedes Systems aber werden bestimmt wenn man eine definierte Potenz an der Stelle der unbestimmten 2^n einsetzt; die Variationen aber werden durch die mit den Darstellungszahlen verbundenen Indizes bestimmt. Die Aufzählung wird daher so unternommen werden, dass erstens die Darstellungszahl des Systems durch die Darstellungszahlen der einzelnen Arten von Konsonanzen dividiert wird und von den Ergebnissen alle Teiler gesucht werden; darauf werden diese Teiler nacheinander statt der Indizes eingesetzt.

§. 19. Für gewöhnlich verwenden die Musiker aber bei Zusammenklängen mehrerer Stimmen die fünfte Gattung (V), deren Darstellungszahl $2^n \cdot 3 \cdot 5$ ist, weil in dieser nicht nur alle harmonischen Dreiklänge sondern auch mehrere sogenannte Dissonanzen enthalten sind.

Außer diesen Dissonanzen nehmen sie aber sehr häufig Konsonanzen aus den Gattungen IV, VIII und X gleichsam als Dissonanzen, kaum jemals aber ziehen sie die Gattungen VI, VII und IX hinzu.

Nur in zwei- oder dreistimmigen Kompositionen gebrauchen sie aber die einfacheren Gattungen, nämlich I, II und III, weil sich die übrigen für diese Fälle meistens als ungeeignet erweisen wegen der zu großen Zahl an Tönen, die notwendigerweise in die Konsonanzen einfließen.

§. 20. Um die Sache durch ein Beispiel anschaulich zu machen, sei uns das System vorgelegt, dessen Darstellungszahl $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ ist und $F = 8$: daher sind in dieser Darstellungszahl folgende Arten und Variationen von Konsonanzen der fünften Gattung enthalten:

3·5(1)	3·5(3)	3·5(3 ²)
3·5(2)	3·5(2·3)	3·5(2·3 ²)
3·5(2 ²)	3·5(2 ² ·3)	3·5(2 ² ·3 ²)
3·5(2 ³)	3·5(2 ³ ·3)	3·5(2 ³ ·3 ²)
3·5(2 ⁴)	3·5(2 ⁴ ·3)	3·5(2 ⁴ ·3 ²)
3·5(2 ⁵)	3·5(2 ⁵ ·3)	3·5(2 ⁵ ·3 ²)
2·3·5(1)	2·3·5(3)	2·3·5(3 ²)
2·3·5(2)	2·3·5(2·3)	2·3·5(2·3 ²)
2·3·5(2 ²)	2·3·5(2 ² ·3)	2·3·5(2 ² ·3 ²)
2·3·5(2 ³)	2·3·5(2 ³ ·3)	2·3·5(2 ³ ·3 ²)
2·3·5(2 ⁴)	2·3·5(2 ⁴ ·3)	2·3·5(2 ⁴ ·3 ²)
2 ² ·3·5(1)	2 ² ·3·5(3)	2 ² ·3·5(3 ²)
2 ² ·3·5(2)	2 ² ·3·5(2·3)	2 ² ·3·5(2·3 ²)
2 ² ·3·5(2 ²)	2 ² ·3·5(2 ² ·3)	2 ² ·3·5(2 ² ·3 ²)
2 ² ·3·5(2 ³)	2 ² ·3·5(2 ³ ·3)	2 ² ·3·5(2 ³ ·3 ²)
2 ³ ·3·5(1)	2 ³ ·3·5(3)	2 ³ ·3·5(3 ²)
2 ³ ·3·5(2)	2 ³ ·3·5(2·3)	2 ³ ·3·5(2·3 ²)
2 ³ ·3·5(2 ²)	2 ³ ·3·5(2 ² ·3)	2 ³ ·3·5(2 ² ·3 ²)
2 ⁴ ·3·5(1)	2 ⁴ ·3·5(3)	2 ⁴ ·3·5(3 ²)
2 ⁴ ·3·5(2)	2 ⁴ ·3·5(2·3)	2 ⁴ ·3·5(2·3 ²)
2 ⁵ ·3·5(1)	2 ⁵ ·3·5(3)	2 ⁵ ·3·5(3 ²)

§. 21. Aus der vierten Gattung aber erhält man in diesem System die folgenden Konsonanzen, die von den Musikern gleichsam als Dissonanzen verwendet werden können:

3 ² (1)	3 ² (3)	3 ² (5)	3 ² (3·5)
3 ² (2)	3 ² (2·3)	3 ² (2·5)	3 ² (2·3·5)
3 ² (2 ²)	3 ² (2 ² ·3)	3 ² (2 ² ·5)	3 ² (2 ² ·3·5)
3 ² (2 ³)	3 ² (2 ³ ·3)	3 ² (2 ³ ·5)	3 ² (2 ³ ·3·5)
3 ² (2 ⁴)	3 ² (2 ⁴ ·3)	3 ² (2 ⁴ ·5)	3 ² (2 ⁴ ·3·5)
3 ² (2 ⁵)	3 ² (2 ⁵ ·3)	3 ² (2 ⁵ ·5)	3 ² (2 ⁵ ·3·5)
2·3 ² (1)	2·3 ² (3)	2·3 ² (5)	2·3 ² (3·5)
2·3 ² (2)	2·3 ² (2·3)	2·3 ² (2·5)	2·3 ² (2·3·5)
2·3 ² (2 ²)	2·3 ² (2 ² ·3)	2·3 ² (2 ² ·5)	2·3 ² (2 ² ·3·5)
2·3 ² (2 ³)	2·3 ² (2 ³ ·3)	2·3 ² (2 ³ ·5)	2·3 ² (2 ³ ·3·5)
2·3 ² (2 ⁴)	2·3 ² (2 ⁴ ·3)	2·3 ² (2 ⁴ ·5)	2·3 ² (2 ⁴ ·3·5)
2 ² ·3 ² (1)	2 ² ·3 ² (3)	2 ² ·3 ² (5)	2 ² ·3 ² (3·5)
2 ² ·3 ² (2)	2 ² ·3 ² (2·3)	2 ² ·3 ² (2·5)	2 ² ·3 ² (2·3·5)
2 ² ·3 ² (2 ²)	2 ² ·3 ² (2 ² ·3)	2 ² ·3 ² (2 ² ·5)	2 ² ·3 ² (2 ² ·3·5)
2 ² ·3 ² (2 ³)	2 ² ·3 ² (2 ³ ·3)	2 ² ·3 ² (2 ³ ·5)	2 ² ·3 ² (2 ³ ·3·5)
2 ³ ·3 ² (1)	2 ³ ·3 ² (3)	2 ³ ·3 ² (5)	2 ³ ·3 ² (3·5)
2 ³ ·3 ² (2)	2 ³ ·3 ² (2·3)	2 ³ ·3 ² (2·5)	2 ³ ·3 ² (2·3·5)
2 ³ ·3 ² (2 ²)	2 ³ ·3 ² (2 ² ·3)	2 ³ ·3 ² (2 ² ·5)	2 ³ ·3 ² (2 ² ·3·5)
2 ⁴ ·3 ² (1)	2 ⁴ ·3 ² (3)	2 ⁴ ·3 ² (5)	2 ⁴ ·3 ² (3·5)
2 ⁴ ·3 ² (2)	2 ⁴ ·3 ² (2·3)	2 ⁴ ·3 ² (2·5)	2 ⁴ ·3 ² (2·3·5)
2 ⁵ ·3 ² (1)	2 ⁵ ·3 ² (3)	2 ⁵ ·3 ² (5)	2 ⁵ ·3 ² (3·5)

§. 22. Weiters erhält man aus den Gattungen VII, VIII und X folgende Konsonanzen:

$3^3(1)$	$3^3(5)$	$3^2 \cdot 5(1)$	$3^2 \cdot 5(3)$	$3^3 \cdot 5(1)$
$3^3(2)$	$3^3(2 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2)$	$3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2)$
$3^3(2^2)$	$3^3(2^2 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^2)$	$3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^2)$
$3^3(2^3)$	$3^3(2^3 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^3)$	$3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^3)$
$3^3(2^4)$	$3^3(2^4 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^4)$	$3^2 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^4)$
$3^3(2^5)$	$3^3(2^5 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^5)$	$3^2 \cdot 5(2^5 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^5)$
$2 \cdot 3^3(1)$	$2 \cdot 3^3(5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$
$2 \cdot 3^3(2)$	$2 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2)$
$2 \cdot 3^3(2^2)$	$2 \cdot 3^3(2^2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^2)$
$2 \cdot 3^3(2^3)$	$2 \cdot 3^3(2^3 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^3)$
$2 \cdot 3^3(2^4)$	$2 \cdot 3^3(2^4 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^4)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^4)$
$2^2 \cdot 3^3(1)$	$2^2 \cdot 3^3(5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2)$	$2^2 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2^2)$	$2^2 \cdot 3^3(2^2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2^3)$	$2^2 \cdot 3^3(2^3 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	
$2^4 \cdot 3^3(1)$	$2^4 \cdot 3^3(5)$			
$2^4 \cdot 3^3(2)$	$2^4 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$			
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$2^5 \cdot 3^3(5)$			

§. 23. Nimmt man nun diese Konsonanzen, soweit sie freilich ausgedrückt werden können, für den Wert **F = 8** aus obiger Tabelle der Konsonanzen, wird der folgende Vorrat sowohl an Konsonanzen als auch an Dissonanzen hervorgehen:

$3 \cdot 5(2)$	C:A:e
$3 \cdot 5(2^2)$	c:a:e
$3 \cdot 5(2^3)$	F:c:a
$3 \cdot 5(2^4)$	f:c:a
$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:e:e
$2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:A:c:a:e:e
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:a:c:a:e
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	F:f:c:a:c:a
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^4)$	f:f:c:a:c
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:c:e:a:e:e
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:a:c:e:a:e
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c:a:c:e:a
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	F:f:c:f:a:c:a:c
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:a:c:e:a:e
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:a:c:e:a:c:e:a
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c:f:a:c:e:a:c
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:f:a:c:e:a:c:e:a
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:a:c:e:f:a:c:e:a:c
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:f:a:c:e:f:a:c:e:a:c

3·5(3)	G:e:h
3·5(2·3)	C:g:e:h
3·5(2 ² ·3)	c:g:e
2·3·5(3)	C:G:e:g:e:h:h
2·3·5(2·3)	C:c:g:e:g:e:h
2·3·5(2 ² ·3)	c:c:g:c:e:g
2 ² ·3·5(3)	C:G:c:e:g:e:g:h:e:h
2 ² ·3·5(2·3)	C:c:g:c:e:g:e:g:h
2 ² ·3·5(2 ² ·3)	c:c:g:e:g
2 ³ ·3·5(3)	C:G:c:e:g:c:e:g:h:e:g:h
2 ³ ·3·5(2·3)	C:c:g:c:e:g:c:e:g:h
2 ⁴ ·3·5(3)	C:G:c:e:g:c:e:g:h:c:e:g:h
3·5(3 ²)	G:d:h
3·5(2·3 ²)	g:d:h
2·3·5(3 ²)	G:g:d:h:d:h
2·3·5(2·3 ²)	g:g:d:h
2 ² ·3·5(3 ²)	G:g:d:g:h:d:h
2 ² ·3·5(2·3 ²)	g:g:d:g:h
2 ³ ·3·5(3 ²)	G:g:d:g:h:d:g:h
3 ² (2 ³)	F:c:g
2·3 ² (2 ²)	F:c:c:g:g
2·3 ² (2 ³)	F:f:c:c:g
2 ² ·3 ² (2)	C:F:c:g:c:g:g
2 ² ·3 ² (2 ²)	F:c:f:c:g:c:g
2 ² ·3 ² (2 ³)	F:f:c:f:c:g:c
2 ³ ·3 ² (1)	C:F:G:c:g:c:g:g
2 ³ ·3 ² (2)	C:F:c:f:g:c:g:c:g
2 ³ ·3 ² (2 ²)	F:c:f:c:f:g:c:g:c
2 ⁴ ·3 ² (1)	C:F:G:c:f:g:c:g:c:g
2 ⁴ ·3 ² (2)	C:F:c:f:g:c:f:g:c:g:c
2 ⁵ ·3 ² (1)	C:F:G:c:f:g:c:f:g:c:g:c
3 ² (2·3)	C:g:d
2·3 ² (3)	C:G:g:d:d
2·3 ² (2·3)	C:c:g:g:d
2 ² ·3 ² (3)	C:G:c:g:d:g:d
2 ² ·3 ² (2·3)	C:c:g:c:g:d:g
2 ³ ·3 ² (3)	C:G:c:g:c:d:g:d:g
2 ³ ·3 ² (2·3)	C:c:g:c:g:c:d:g
2 ⁴ ·3 ² (3)	C:G:c:g:c:d:g:c:d:g
3 ² (2·5)	A:e:h
2·3 ² (5)	A:e:e:h:h
2·3 ² (2·5)	A:a:e:e:h
2 ² ·3 ² (5)	A:e:a:e:h:e:h
2 ² ·3 ² (2·5)	A:a:e:a:e:h
2 ³ ·3 ² (5)	A:e:a:e:a:h:e:h
2 ³ ·3 ² (2·5)	A:a:e:a:e:a:h
2 ⁴ ·3 ² (5)	A:e:a:e:a:h:e:a:h

$2^2 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:g:c:g:d:g
$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:g:c:d:g:d:g
$2^3 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:f:g:c:g:c:d:g
$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c:d:g:c:d:g
$2^4 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:f:g:c:f:g:c:d:g:e
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c:d:f:g:c:d:g:c

$3^2 \cdot 5(2)$	C:A:g:e:h
$3^2 \cdot 5(2^2)$	c:a:g:e
$3^2 \cdot 5(2^3)$	F:c:a:g
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:e:h:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:A:c:g:a:e:g:e:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:a:c:g:a:e:g
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	F:f:c:a:c:g:a
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:c:e:g:a:e:g:h:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:g:a:c:e:g:a:e:g:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c:g:a:c:e:g:a
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	F:f:c:f:a:c:g:a:e
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:G:A:c:e:g:a:c:e:g:a:h:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:g:a:c:e:g:a:c:e:g:a:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c:f:g:a:c:e:g:a:c

$3^2 \cdot 5(3)$	G:e:d:h
$3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:g:e:d:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:e:g:d:e:h:d:h
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:e:g:d:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:d:e:g:h:d:e:h
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c:e:g:d:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c:d:e:g:h:d:e:g:h
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c:e:g:c:d:e:g:h

$3^3 \cdot 5(2)$	C:A:g:e:d:h
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:d:e:h:d:h
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2)$	C:A:c:g:a:e:g:d:e:h

§. 24. Siehe also die ungeheure Menge sowohl an Konsonanzen als auch an Dissonanzen – soweit sie die Musiker gewöhnlich als solche bezeichnen – die man allein in diesem System verwenden kann; die Zahl der Konsonanzen wird aber noch um vieles größer, wenn auch noch die Konsonanzen der drei vorigen Gattungen herangezogen werden, die wir in dieser Beschreibung übergangen haben. Daraus erkennt man also genügend klar die übergroße Vielfalt an Kompositionen, die in einem einzigen System gebildet werden können; eine noch größere Vielfalt aber hat in den komplexeren Systemen Platz, die freilich komplexere Darstellungszahlen besitzen, so wie es, wenn man die übrigen Systeme nach derselben Weise ausrollt, leicht klar wird.

§. 25. Nach einer solchen Aufzählung von Konsonanzen und Dissonanzen in einem gegebenen System wird aber es nicht schwierig sein, eine Komposition in diesem System durchzuführen indem man Konsonanzen und Dissonanzen nach Belieben miteinander mischt.

Der Annehmlichkeit jedoch wird es am meisten dienen, wenn allzu harte Folgen von Konsonanzen vermieden werden, deren Darstellungszahlen nämlich nur wenig einfacher sind als die Darstellungszahl des Systems selbst. Das soll man vor allem in den Systemen so halten, deren Darstellungszahlen sehr komplex sind.

§. 26. Weil sich aber die Musik an der Abwechslung am meisten erfreut, wird es sich als günstig erweisen die Konsonanzen oft zu wechseln und nicht mehrere ähnliche nacheinander zu positionieren; solcherart sind jene, deren Darstellungszahlen und Indizes sich nur durch Potenzen der Zwei voneinander unterscheiden. Das wird aber erreicht werden, wenn nirgends drei oder mehr Konsonanzen nacheinander gesetzt werden, deren *exponens successionis* viel von der Darstellungszahl des Systems abweicht.

Das erfordert auch gerade die Natur des Systems; wenn nämlich in jedem beliebigen Teil der Komposition die Darstellungszahl des gesamten Systems nicht enthalten wäre, könnte es leicht scheinen, dass die Komposition in ein einfacheres System abgeglitten wäre.

§. 27. Was aber hier bei allen Teilen der Komposition eingemahnt wurde, ist beim ersten Teil am meisten zu beachten, damit der Hörer sofort und im ersten Teil den *exponens* des Systems erkennt. Sogleich also sind am Anfang solche Konsonanzen zu setzen, deren gemeinsame Darstellungszahl die Darstellungszahl des Systems selbst ausschöpft.

Und dieselbe Regel ist auch besonders beim letzten Teil der Komposition zu befolgen, damit gerade aus dem Ende erfasst wird, aus welchem System die Komposition gemacht worden ist.

§. 28. Diese Regel befolgen die heutigen Musiker auch in ihren Werken überall sorgfältig, indem sie ihre Schlusswendungen so bestimmen, dass aus ihnen die Darstellungszahl des gesamten Systems erfasst werden kann, das sie wenigstens im letzten Teil verwendeten.

Um das deutlicher zu zeigen, wird es helfen, eine nach eingebürgerter Art gestaltete Schlusswendung in dem oben beschriebenen System mit der Darstellungszahl $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ und $F = 8$ zu betrachten, das sich freilich auf den Modus C-Dur der Musiker bezieht.



Es ist aber offensichtlich, dass die Darstellungszahlen dieser drei Konsonanzen in Folge $2^3 \cdot 3^2 (2 \cdot 3) : 2^2 \cdot 3 \cdot 5 (3^2) : 2^3 \cdot 3 \cdot 5 (2 \cdot 3)$ sein würden – wenn in der zweiten Konsonanz der Ton $\bar{f}$ nicht vorhanden wäre, die Septim zum Bass **G**.

Die gemeinsame Darstellungszahl dieser drei verbunden betrachteten Konsonanzen wäre also wegen der allesamt durch **3** teilbaren Indizes $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$, was jedenfalls viel einfacher wäre als die Darstellungszahl des Systems $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$.

Deswegen wird passend zur gegebenen Regel der Ton $\bar{f}$ dazugemischt, dessen *exponens* 2^5 ist, damit die Darstellungszahl der gesamten Schlusswendung $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ wird und das Gehör durch diese Schlusswendung von der gesamten Beschaffenheit und Natur des Systems erfüllt wird.

§. 29. Unterdessen könnte aber diese Freiheit der Musiker allzu verwegen und den Regeln einer gefestigten Harmonie insofern entgegen scheinen, als die Darstellungszahl allein der mittleren Konsonanz durch Hinzufügen des Tones $\bar{f}$ zu $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ wird und daher zum **XVI**. Grad führt, was kaum toleriert werden kann. Aber abgesehen davon dass die Begründung davon schon angedeutet wurde, stützt sie sich zusätzlich auf ein anderes Fundament, das für gewöhnlich bei den Dissonanzen von den Musikern beachtet wird und von uns bis jetzt noch nicht berührt wurde.

Bis hierher nämlich haben wir die Hauptkonsonanzen jede einzeln für sich behandelt, die Nebekonsonanzen aber haben wir noch nicht berührt.

§. 30. Diese Unterscheidung aber hat ihren Ursprung vor allem in der Natur des Taktes, deren eine Teile Hauptschläge genannt werden, die anderen Nebenschläge, diese letzteren können mit Nebekonsonanzen versehen werden. Solche Konsonanzen können also ohne irgendeine Beeinträchtigung der Harmonie die Hauptkonsonanzen um viele Grade übersteigen, solange sie nur mit Vernunft eingesetzt werden; denn in ihnen wird auch nicht so sehr der Grad der Annehmlichkeit wie eine Verbindung von Hauptkonsonanzen gesehen.

§. 31. Diese Verbindung zwischen je zwei Tönen von Hauptkonsonanzen geschieht, indem man mittlere interpoliert; wie zwischen die Töne $\bar{g}$ und $\bar{e}$ der mittlere $\bar{f}$ eingefügt und mit der vorigen Konsonanz außerdem verbunden wird, wie es auch im beigebrachten Beispiel geschehen ist. Solche Einfügungen von Tönen, die eigentlich nicht zu Konsonanzen führen, werden wegen des Übergangs gemacht und daher auch toleriert.

Weiters werden auch bei kleineren Notenwerten häufig nicht in Konsonanzen enthaltene Töne verwendet, durch die die Harmonie dennoch nicht getrübt wird.

§. 32. Obwohl aber die Kenntnis dieser Klänge zu einer gebundenen und blühenden Komposition beiträgt, ist es günstig hier nebenbei zu erwähnen, dass derartige Töne im System enthalten sein müssen und an weniger gewichtigen Orten des Taktes herangezogen werden sollen.

Soweit aber durch sie die Harmonie nicht gestört wird, ist es vernünftig, da sie ja im System enthalten sind und durch sie die Idee des Systems dem Gehör fortwährend vollständiger repräsentiert wird als es nur durch Konsonanzen geschehen würde. Die Regeln selbst aber, die in dieser Aufgabe befolgt werden müssen, sind von den Musikern zur Genüge erklärt worden.

Permutation von Modi und Systemen

§. 1. So vielfältig aber die Buntheit ist die in einem einzigen System Platz hat, so erzeugt dasselbe System, wenn es länger beibehalten wird, notwendigerweise eher Ermüdung als Erquickung. Weil die Musik nämlich sowohl Vielfalt als auch Annehmlichkeit in Tönen und Konsonanzen erfordert, ist das, was dem Gehör dargeboten wird, öfter zu wechseln. Wie also der *exponens* des Systems durch die im vorigen Kapitel erklärte Komposition dem Gehör präsentiert wird, so soll, wenn er schon genügend bekannt ist, ein Übergang zu einem anderen System geschehen.

§. 2. Diese Veränderung kann aber auf sehr viele Arten geschehen:
Erstens lässt ein einzelnes System verschiedene Veränderungen zu, wenn der Modus und seine Art unverändert bleiben.
Zweitens wird eine deutlicher wahrnehmbare Veränderung geschehen, wenn ein Übergang in eine andere Art des Modus oder sogar in einen anderen Modus geschieht; derartige Veränderungen können aus der obigen Tabelle der Modi und Systeme reichlich entnommen werden.
Außerdem aber lassen die Modi selbst und auch einzelne ihrer Arten und Systeme mehrere in der gegebenen Tabelle nicht gezeigte Variationen zu, die entstehen wenn Indizes mit den Darstellungszahlen verbunden werden; von da wird die größte Vielfalt in die Musik gebracht.

§. 3. Wie nämlich die Beschaffenheit der verschiedenen Konsonanzen untereinander nicht nur durch die Darstellungszahlen allein sondern auch durch die Indizes festgelegt wird, so nimmt auch derselbe Modus durch Verbindung mit verschiedenen Indizes verschiedene Formen an, die in der Tabelle des vorigen Kapitels nicht ausgedrückt sind wo immer die Eins den Platz der Indizes einnimmt.
Hier aber, wo wir beabsichtigen verschiedene Modi und verschiedene Systeme untereinander zu vergleichen und Übergänge von den einen zu den anderen zu zeigen, werden wir zur Darstellungszahl jedes Modus und Systems den Index hinzufügen.

§. 4. Damit man aber versteht, auf welche Weise eine Komposition in einem System geschehen soll, dessen Darstellungszahl mit einem Index verbunden ist, werden wir bei den Indizes beginnen, die Potenzen der Zwei sind.
Daher sei $E(2^n)$ die Darstellungszahl (*exponens*) des Systems, bei dem $F = 2^n$; dann ist klar, dass die Komposition für die Darstellungszahl E gemacht werden kann und dass sie dann n Oktaven höher wiedergegeben werden muss.
Weil das aber mit mehreren Nachteilen verbunden ist, kann man die Komposition im System der Darstellungszahl E für den Wert $F = 2^{m-n}$ machen, was gleichermaßen zum vorgelegten System führt.

§. 5. Ist aber der Index keine Potenz der Zwei sondern eine beliebige andere Zahl p , wird die Komposition im System der Darstellungszahl $E(p)$ für den Fall $F = 2^m$ geschehen, indem man im System der Darstellungszahl E komponiert und dann die einzelnen Töne um das Intervall $1:p$ erhöht.

Weil man aber auf diese Weise meistens zu hohe Tönen erreicht, nehme man die der Zahl p nächste Potenz der Zwei, die 2^k sei, und mache die Komposition im System $E(2^k)$ wie im vorigen Fall, wonach man die gesamte Komposition um das Intervall $2^k:p$ transponiere. Mit dieser Methode wird daher gemäß den Vorschriften des vorigen Kapitels in jedem beliebigen System, dessen Darstellungszahl mit einem Index verbunden ist, eine musikalische Komposition geformt werden können.

§. 6. Wenn daher ein Musikstück aus mehreren Teilen besteht, von denen sich jeder auf ein eigenes System bezieht, dann ist vor allem anderen die Darstellungszahl (*exponens*) des gesamten musikalischen Werks zu betrachten, die das kleinste gemeinsame Vielfache aller Darstellungszahlen der Systeme ist die verwendet werden.

Aus diesem nach Belieben angenommenen *exponens* werden die Systeme selbst und deren *exponentes* wiederum abgeleitet werden, in gleicher Weise wie zuvor aus der Darstellungszahl des Systems die Darstellungszahlen der einzelnen Konsonanzen gewonnen wurden.

§. 7. Hat man aber nach Gutdünken eine Darstellungszahl gewählt, in der das gesamte zu komponierende musikalische Werk enthalten sein soll, ist es notwendig, zugleich auch die Potenz der Zwei zu bestimmen mit der der Ton F bezeichnet wird; und die soll in allen Systemen unverändert bleiben.

Aber dennoch finden in einem solchen Musikstück nicht nur diejenigen Systeme einen Platz in denen F mit derselben Potenz der Zwei bezeichnet wird, sondern außerdem auch alle jene, in denen der Wert von F kleiner ist. Das geschieht aber wegen der mit den Darstellungszahlen der Systeme verbundenen Indizes, die, wenn sie gerade sind, auf Systeme zurückgeführt werden in denen kleinere Potenzen der Zwei den Ton F ausdrücken; wie man aus der vorher erklärten Methode des Komponierens in Systemen, deren Darstellungszahlen mit Indizes verbunden sind, versteht.

§. 8. Bevor aber die Systeme selbst definiert werden, die in der Darstellungszahl des musikalischen Werks enthalten sind, ist es günstig die in dieser Darstellungszahl enthaltenen Modi aufzuzählen.

Nicht allein die Modi selbst sind aber für sich zu betrachten, soweit sie durch die Darstellungszahlen dargestellt werden, sondern auch die einzelnen Variationen desselben Modus, die durch die Indizes bezeichnet werden.

Aus den Modi werden daraufhin die Arten gewonnen, die sogleich durch Annahme eines Werts für F ein System bieten; für ein beliebiges davon ist, insofern es schon vorgeschrieben wurde, die Komposition einzurichten.

§. 9. Die Modi aber, wenn wir die einfacheren ausnehmen, sind vor allem durch die zwei Darstellungszahlen $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ und $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ ausgedrückt; denn jener Modus, dessen Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ ist, muss als aus diesen zwei zusammengesetzt bewertet werden.

Der erste dieser Modi $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ wird von den Musikern der „harte“ (Dur-)Modus genannt, der zweite $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ der „weiche“ (Moll-)Modus; und beinahe nur diese verwenden die Musiker in ihren Werken. Beide dieser Modi aber umfassen durch Anfügen von Indizes mehrere Variationen, die von den Musikern eigene Benennungen erhielten, die man aus der unten angefügten Tabelle sehen kann.

Harte (Dur-)Modi

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	Modus G -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2)$	Modus D -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	Modus H -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3)$	Modus A -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2 \cdot 5)$	Modus Fs -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3 \cdot 5)$	Modus Cs -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4 \cdot 5)$	Modus Gs -Dur

Weiche (Moll-)Modi

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	Modus H -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^3)$	Modus Fs -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^4)$	Modus Cs -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^5)$	Modus Gs -Moll

§. 10. Hier haben wir nur diejenigen Variationen besprochen, die in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ enthalten sind, zu der das heute für den Gebrauch angenommene diatonisch-chromatische Geschlecht bequem und ohne merklichen Schaden der Harmonie verwendet werden kann, wie wir anmerkten.

Deswegen aber haben wir obige Namen jenen Variationen der Modi zugeteilt, weil die meisten Systeme jedes dieser Modi genau diejenigen Töne umfassen, die nach Meinung der Musiker den Ambitus der genannten Modi bestimmen.

Wer so die meisten Systeme des Modus $2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$ in der dargestellten Tabelle betrachtet, wird erkennen dass in ihnen der Ambitus des von den Musikern so genannten Modus **C**-Dur enthalten ist; und dass in gleicher Weise der Modus $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$ mit dem Ambitus des Modus **A**-Moll übereinstimmt.

§. 11. Damit aber klar wird, von welchem Modus dieser beiden Modi Variationen in einem beliebigen Musikstück Platz finden können, wollen wir die Darstellungszahlen betrachten die angenommen werden können um gesamte musikalische Werke auszudrücken, von denen wir oben gezeigt haben dass sie die Darstellungszahl $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ des im erweiterten Sinn genommenen diatonisch-chromatischen Geschlechts nicht übersteigen dürfen.

Daher wird $2^k \cdot 3^3 \cdot 5^2$ die einfachste Darstellungszahl sein, aus der musikalische Werke komponiert werden können, in denen freilich Variationen der Modi enthalten sind.

Und daher enthält sie folgende vier Modi in sich:

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C -Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E -Dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A -Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E -Moll

Alle Arten aber dieser Modi und von deren Variationen werden hervorgehen, wenn an der Stelle von **n** und **m** nacheinander einzelne ganze Zahlen eingesetzt werden, die zusammen als **m + n** nicht mehr ergeben sollen als **k**.

§. 12. Daher kann in Musikstücken dieses Geschlechts bereits eine sehr große Vielfalt beim wechselseitigen Permutieren der Systeme Platz haben, sodass es kaum nötig erscheint musikalische Werke mit komplexeren Darstellungszahlen zu suchen.

Außer dem nämlich, dass eine ausreichende Vielfalt in dieser Darstellungszahl enthalten ist, passt das diatonisch-chromatische Geschlecht auch vorzüglich mit allen derartigen Werken ohne irgendeine Abweichung zusammen und reicht auch in komplexeren Werken aus.

Auch von den heutigen Musikern wird die Permutation dieser Modi häufig angewendet, in ihren Werken gibt es wiederkehrende Übergänge vom Modus **E-Dur** nach **E-Moll**, und von diesem nach **C-Dur** und **A-Moll** und umgekehrt.

§. 13. Wie dieses Geschlecht für Musikstücke am einfachsten zu verwenden ist, so verdient es als das vollendetste betrachtet zu werden.

Es folgt das nächste mit der Darstellungszahl $2^k \cdot 3^4 \cdot 5^2$, in dem alle Permutationen von Modi und Systemen umfasst werden die jedenfalls von den Musikern meistens verwendet zu werden pflegen; so dass in dieser Darstellungszahl fast alle Musikstücke enthalten sind, wenn sie freilich in erforderlicher Weise transponiert werden.

Denn wer musikalische Werke nach dieser Richtschnur untersuchen will, der muss nicht die untereinander permutierten Modi an sich betrachten, sondern ihr gegenseitiges Verhältnis, das mit dem hier erklärten gegenseitigen Verhältnis der Modi verglichen werden kann.

§. 14. Diese Darstellungszahl $2^k \cdot 3^4 \cdot 5^2$ umfasst aber die sieben folgenden Variationen der Dur- und Moll-Modi in sich:

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	Modus C-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	Modus G-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	Modus E-Dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	Modus H-Dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	Modus A-Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	Modus E-Moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	Modus H-Moll

Wer nun betrachtet, welche Menge an Arten und Systemen in diesen Modi enthalten ist, wird nicht nur die reiche Vielfalt in diesem Geschlecht bewundern sondern auch erkennen, dass andere Permutationen von Modi von den Musikern gar nicht verwendet werden, so dass es überflüssig wäre komplexere Darstellungszahlen zu betrachten.

§. 15. Nachdem wir aber verschiedene Modi und Systeme aufgezählt haben die man beim Komponieren eines ganzen Musikstücks verwenden kann, soll erklärt werden, welche Modi am bequemsten untereinander permutiert werden und auf welche Weise der Übergang von einem Modus zu einem anderen geschehen soll. Wie man nämlich bei einem Modus nicht alle ihn bildenden Konsonanzen miteinander vermischen darf sondern nur diejenigen, die verwandt sind und angenehme Folgen bewirken, so muss der Übergang der verschiedenen Modi untereinander in einer Komposition auf ähnliche Weise angenehm sein.

§. 16. Von daher versteht man, dass zwei einander folgende Modi so beschaffen sein müssen, dass sie eine oder mehrere Konsonanzen miteinander gemein haben. Wenn man also zu einer solchen Konsonanz gelangt die beiden Modi gemeinsam ist, dann wird der erste Modus bequem beendet, der zweite aber begonnen werden können, und auf diese Weise wird weder ein nicht vertretbarer Sprung noch eine Lücke bemerkt werden.
Außerdem kann auch durch eine eingefügte Pause oder durch die Beendigung eines Hauptteils des Werks ein neuer Modus begonnen werden; dann wird nämlich eingeschätzt, dass die Pause den Platz der gemeinsamen Konsonanz einnimmt.

§. 17. Weil also die in der Darstellungszahl $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ enthaltenen harmonischen Dreiklänge von den Musikern am meisten dazu verwendet werden um aus ihrer Folge Musikstücke zu bilden, soll besehen werden welche Modi derartige gemeinsame Konsonanzen besitzen und welche weniger, woraus man erkennt zu welchen Modi von einem gegebenen Modus aus ein Übergang geschehen kann.

Wir werden aber in dieser Untersuchung der Kürze wegen die Potenzen der Zwei sowohl in den Darstellungszahlen als auch in den Indizes vernachlässigen, weil durch sie die Arten lediglich transponiert werden.

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (2^m)$ Modus **C-Dur**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (1) : 3 \cdot 5 (3) : 3 \cdot 5 (3^2)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (2^m \cdot 3)$ Modus **G-Dur**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (3) : 3 \cdot 5 (3^2) : 3 \cdot 5 (3^3)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (2^m \cdot 5)$ Modus **E-Dur**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (5) : 3 \cdot 5 (3 \cdot 5) : 3 \cdot 5 (3^2 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5 (2^m \cdot 3 \cdot 5)$ Modus **H-Dur**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (3 \cdot 5) : 3 \cdot 5 (3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5 (3^3 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m)$ Modus **A-Moll**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (1) : 3 \cdot 5 (3) : 3 \cdot 5 (5) : 3 \cdot 5 (3 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3)$ Modus **E-Moll**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (3) : 3 \cdot 5 (3^2) : 3 \cdot 5 (3 \cdot 5) : 3 \cdot 5 (3^2 \cdot 5)$

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3^2)$ Modus **H-Moll**
Harmonische Dreiklänge
 $3 \cdot 5 (3^2) : 3 \cdot 5 (3^3) : 3 \cdot 5 (3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5 (3^3 \cdot 5)$

§. 18. Wenn man diese miteinander vergleicht, ist es erstens offensichtlich, dass es einfach ist vom Modus **C-Dur** in den Modus **G-Dur** überzugehen und umgekehrt, weil sie zwei Dreiklänge gemeinsam haben, nämlich **3·5(3)** und **3·5(3²)**;
 zweitens, dass es vom Modus **C-Dur** weder in den Modus **E-Dur** noch in den Modus **H-Dur** einen Übergang gibt und umgekehrt, weil keine gemeinsame Konsonanz vorhanden ist.
 Drittens wird auch der Übergang vom Modus **C-Dur** in den Modus **A-Moll** einfach sein, weil die beiden Konsonanzen **3·5(1)** und **3·5(3)** beiden gemeinsam sind.
 Viertens wird der Übergang vom Modus **C-Dur** zum Modus **E-Moll** gleich einfach sein, weil ihnen auch die zwei Dreiklänge **3·5(3)** und **3·5(3²)** gemeinsam sind.
 Fünftens versteht man, dass der Übergang vom Modus **C-Dur** zum Modus **H-Moll** schwieriger ist, weil sie nur die einzige gemeinsame Konsonanz **3·5(3²)** verbindet.

§. 19. In ähnlicher Weise erkennt man, was den Modus **G-Dur** anbelangt, dass es erstens von ihm weder zum Modus **E-Dur** noch **H-Dur** einen Übergang gibt, da ihnen keine Konsonanz gemeinsam ist.
 Zweitens dass der Übergang vom Modus **G-Dur** zu **A-Moll** schwierig ist, da die einzige Konsonanz **3·5(3)** beiden gemeinsam ist.
 Und drittens wird der Übergang vom Modus **G-Dur** nach **E-** und **H-Moll** einfach vonstatten gehen, wegen der zwei Konsonanzen die beiden gemeinsam sind.
 Der Modus **E-Dur** weiters hat einen einfachen Übergang zum Modus **H-Dur**, in gleicher Weise auch zu den Modi **A-** und **E-Moll**, weil überall zwei Konsonanzen gemeinsam sind;
 schwierig aber wird der Übergang vom Modus **E-Dur** zum Modus **H-Moll** sein wegen der nur einen einzigen gemeinsamen Konsonanz.

§. 20. Vom Modus **H-Dur** aber ist der Übergang zum Modus **A-Moll** ziemlich schwierig, einerseits wegen der nur einen einzigen gemeinsamen Konsonanz, andererseits wegen der allzu unterschiedlichen Systeme, deren Theorie bald ausführlicher dargelegt werden wird.
 Aber zu den Modi **E-** und **H-Moll** wird vom Modus **H-Dur** einfacher übergegangen werden, wegen zweier gemeinsamer Konsonanzen.
 Weiters ist der Übergang vom Modus **A-Moll** zu **E-Moll** einfach, keinen aber gibt es zum Modus **H-Moll**.
 Einfach wird schließlich der Übergang vom Modus **E-Moll** nach **H-Moll** erhalten.
 Das alles aber wird auf einen Blick in folgender Tabelle dargestellt.

	C-Dur	G-Dur	E-Dur	H-Dur	A-Moll	E-Moll	H-Moll
C-Dur	-----	einfach	kein	kein	einfach	einfach	schwierig
G-Dur	einfach	-----	kein	kein	schwierig	einfach	einfach
E-Dur	kein	kein	-----	einfach	einfach	einfach	schwierig
H-Dur	kein	kein	einfach	-----	schwierig	einfach	einfach
A-Moll	einfach	schwierig	einfach	schwierig	-----	einfach	kein
E-Moll	einfach	einfach	einfach	einfach	einfach	-----	einfach
H-Moll	schwierig	einfach	schwierig	einfach	kein	einfach	-----

Es ist also ersichtlich, dass ein Übergang aus dem Modus **E-Moll** in alle übrigen Modi einfach ist.

§. 21. Daraus aber versteht man lediglich, wie viele Variationen von Konsonanzen desselben Geschlechts je zwei Modi gemeinsam haben, woher freilich genügend sicher ein Urteil über den Übergang von einem Modus in einen anderen gebildet werden kann.

Wenn es aber geschieht, dass zwei Modi, obwohl sie gemeinsame Gattungen von Konsonanzen besitzen, gemeinsame Arten nicht zulassen, dann wird das obige Urteil an Aussagekraft verlieren müssen.

Deswegen sind nicht nur die Modi im Allgemeinen, wie wir es hier getan haben, sondern auch ihre Arten und Systeme in Betracht zu ziehen, damit klar wird ob in ihnen dieselben Konsonanzen Platz haben.

Wenn das geschehen ist, kann man endlich schließen, welche Übergänge zugelassen werden und auf welche Art.

§. 22. Wer sich entschließt, all das mit der Kompositionsmethode der heutigen Musiker und mit ihren Werken zu vergleichen, wird umso größere Übereinstimmung finden je mehr an Eifer er für den Vergleich aufwendet.

Deswegen zweifle ich nicht, dass diese unsere Abhandlung über die Musik erfahrenen Künstlern Gelegenheit bieten wird, diese Wissenschaft mit Hilfe einer bis jetzt nicht bekannten wahren Theorie zu einem höheren Grad der Vollkommenheit zu erheben.

Ende